

# 原子力工学基礎実験

—原子力人材育成プログラムによる原子炉物理・  
放射線計測及び安全学に関する実験演習—

九州大学大学院

工学府エネルギー量子工学専攻

総合理工学府先端エネルギー理工学専攻

## 序文

近年、エネルギー需要の急速な高まりと、環境問題対策としての二酸化炭素排出抑制を背景として、原子力発電への期待が世界的に膨らんでいる。原子炉の新規建設に止まらず、次世代原子炉開発に向けた技術開発、さらにはウラン資源をめぐる国際間の駆け引きも活発化している。日本でも国内における原子力推進の機運が高まり、原子力に関する知識と技術を持つ人材が必要とされている。また、日本の技術力の高さは世界中から注目されて久しいが、日本人技術者に対する期待感も高まっている。このような中、原子力の基礎技術を習得した人材の育成が強く望まれている。

日本の原子力発電所では現在、熱中性子炉を採用しており、熱中性子束の測定によって原子炉出力を求めることができる。しかし、熱中性子束を測定から直接決定することは不可能であり様々な近似を要する。特に実際の原子炉では、核分裂に伴う中性子生成が加わるため物理現象は更に複雑となっており、その理解には原子炉物理学が大きな役割を担う。一方、中性子の計測技術はその原理を原子核・量子レベルの現象においており、熱中性子束の導出には原子核・放射線物理学に関する理解が求められる。さらに、正確な測定値を得るには、放射線信号の電気パルスへの変換と伝送線によるパルスの伝達および増幅・整形・波高分析など、計測技術においても多くの知識が必要となっている。

九州大学において原子力教育に責任を持つ工学府エネルギー量子工学専攻と総合理工学府先端エネルギー理工学専攻では、以上に述べた世界的なエネルギー問題に取り組む人材養成を目的として、本実験演習科目を平成19年度より新しく設置することとなった。本科目の内容は主として、原子炉物理、放射線計測、放射線安全となっており、平成20年度からは更に内容を充実させ、通年科目として実施することになった。

本実験演習では、熱中性子束の測定を通して上記関連項目について学習する。実際には、中性子の減速拡散現象に着目し、核分裂を伴わない体系における中性子束測定を実施する。このため内容はかなり簡略化されるが、それでも関連する技術や知識には豊富な内容が含まれており、深い理解が求められる。実験だけでなく、講義・演習、発表会を通して実践的に学べるようにカリキュラムが体系化されているので、関連する物理量や物理現象、測定原理について深く理解すると同時に、実験技術や計算技術の習得も可能となっている。

# 目次

序文	1
第1章 原子核反応	3
1. 1 原子核反応の概観	3
1. 1. 1 原子核反応の歴史	3
1. 1. 2 原子核反応の種類・過程	3
1. 1. 3 中性子源	4
1. 1. 4 原子核の形	4
1. 1. 5 断面積	5
1. 1. 6 原子核の運動学	5
1. 1. 7 原子核反応のエネルギー	6
1. 1. 8 原子核反応のシミュレーションコード	7
1. 2 核分裂	9
1. 2. 1 核分裂の発見	9
1. 2. 2 液滴模型による核分裂の説明	9
1. 2. 3 原子核の変形とポテンシャルエネルギー	10
1. 2. 4 臨界エネルギー	11
1. 2. 5 捕獲断面積と核分裂断面積	12
1. 2. 6 核分裂パラメータ	13
1. 2. 7 核分裂によって発生するエネルギー	14
1. 2. 8 核分裂片	15
1. 2. 9 核分裂に伴って放出される高速中性子	15
1. 2. 10 核分裂に伴って放出される $\gamma$ 線	16
1. 2. 11 核分裂反応の種類	16
第2章 中性子の減速と拡散	18
2. 1 素過程と減速拡散のイメージ	18
2. 2 エネルギー依存の拡散方程式	18
2. 3 多群拡散法	22
2. 4 補足説明	24
2. 4. 1 散乱の微分断面積	24
2. 4. 2 散乱角の平均余弦	25
2. 4. 3 非増倍系と増倍系 — 計算法の違い	26

第3章	放射線検出器	30
3.1	電離箱	30
3.1.1	電離箱のパルスの発生と波形	30
3.2	比例計数管	33
3.3	シンチレーション検出器	34
3.4	高純度ゲルマニウム半導体検出器	35
3.5	$\gamma$ 線スペクトロスコピー	36
3.5.1	エネルギー分解能	37
3.5.2	計数の誤差	38
3.5.3	$\gamma$ 線を検出したときのパルス波高分布	38
第4章	中性子測定法	40
4.1	放射化法	40
4.1.1	放射化法の原理	40
4.1.2	放射化法による熱中性子束測定	42
4.2	計数管法	44
4.2.1	$^{10}\text{B}$ 及び $^3\text{He}$ を用いた比例計数管	44
4.2.2	$^3\text{He}$ 比例計数管の波高分布	45
第5章	実験	48
5.1	金の放射化による中性子束空間分布の測定	48
5.2	$^3\text{He}$ 比例計数管による中性子の測定	50
5.3	$\text{NaI}(\text{TI})$ シンチレータによるガンマ線の測定	52
5.4	ナトリウムまたはリチウムを使った放射化分析	53
第6章	計算機演習 ～中性子束の評価～	55
6.1	差分近似を用いた多群拡散方程式の数値解法	55
6.1.1	差分近似 (Taylor 展開法)	55
6.1.2	差分近似による拡散方程式 (g 群) の 連立代数方程式への変換	56
6.2	差分近似による拡散方程式の解法	57
6.3	多群拡散コード —プログラム例—	58
6.3.1	離散化係数について	59
6.3.2	境界条件の取り扱いに関して	59
6.3.3	多群拡散コードの使用法	60
6.4	演習問題	63

# 1. 原子核反応の概観

## 1. 1 原子核反応の歴史

1911年のErnest Rutherfordによる散乱実験で、原子の中に原子核という極小の粒があることが発見されて以来、様々な原子核に関する実験が行われ、原子核の性質が調べられてきた。さらに、ある原子核を別の原子核に変換する原子核反応実験が、1919年にRutherfordにより $^{14}\text{N}(\alpha, p)^{17}\text{O}$ 反応を使って初めて行われた。

原子核同士を衝突させて原子核反応を起こし、反応の様子から原子核内部の様子を詳しく知るためには、これまでに使われてきたアルファ線ではエネルギーがそれほど高くない。そこでRutherfordらはより大きなエネルギーを持った原子核を衝突させる必要性を訴えてきた。そのために開発されたのが(粒子)加速器である。最初の加速器として、1931年にErnest O. Lawrenceらが円形加速器のサイクロトロンを開発した。1932年には静電加速器であるコッククロフト-ウォルトン加速器がJohn Douglas CockcroftとErnest Thomas Sinton Waltonによって開発された。この後、様々な努力により加速エネルギーは飛躍的に向上し、現在は、TeV程度まで加速できるようになってきており、原子核だけでなく素粒子の様子を調べる実験が行われるようになっている。

また、1932年には、James Chadwickが中性子を発見し、1938年には、Lise Meitner、Otto Hahn、Fritz Strassmannによって核分裂反応が発見され、その後、原子核反応が現実の世界に利用されるようになってきた。

## 1. 2 原子核反応の種類、過程

原子核反応の種類には様々なものがあるが、代表的なものとして以下の3種類を示す。

### (1) 弾性散乱

入射粒子がエネルギーを標的核に与えず、散乱の前後で粒子の種類が変化しない場合の散乱である。 $(n, n)$ ,  $(p, p)$ 散乱などがある。

### (2) 非弾性散乱

弾性散乱以外の全ての反応は非弾性散乱であるが、狭義には特に入射粒子のエネルギーが標的核の励起エネルギーとして付与されるような $(n, n')$ ,  $(n, \gamma)$ 反応などを指す。

### (3) 変換反応 (組み替え反応)

上記の(1)(2)以外の反応で、反応の前後で粒子が異なる。 $(n, p)$ ,  $(p, n)$ ,  $(n, xp)$ ,  $(n, xn)$ ,  $(n, \alpha)$ ,  $(n, X)$  反応等の他に、原子力エネルギーの源である $(n, f)$ 反応も含まれる。

原子核反応過程は反応が起こるエネルギー領域で、低い方から大きく分けて以下の3つの過程がある。

### (1) 複合核過程

数MeV以下のエネルギー領域では、入射粒子がそのエネルギーを標的核全体に与え、入射粒子と標的核が全体として複合核と呼ばれる一種の励起された熱平衡状態になる。この過程の中で入射粒子のエネルギーが複合核の準安定なエネルギー準位の時には、非常に大きな断面積を持つ。この状態を共鳴状態と呼ぶ。

### (2) 前平衡過程

数MeVから数100MeVのエネルギー領域で起こる反応で、入射粒子は標的核内のいくつか

の核子とだけ相互作用を起こす。このため放出粒子は実験室系で前方に多く放出される。核内カスケード模型、励起子模型、蒸発模型などで記述される。

### (3) 直接過程

入射粒子が前平衡過程よりも少ない数の核子とのみ相互作用を行う過程である。放出粒子は前平衡過程よりもさらに前方により多く放出される。歪曲波ボルン近似などを用いて記述される。

## 1. 3 中性子源

中性子源には線源と加速器や原子炉を利用したものがある。線源による中性子源として、Am-Be<sup>1)</sup>や<sup>252</sup>Cf<sup>2)</sup>がある。Am-Be中性子源では、<sup>241</sup>Amから放出されるα粒子がBeと核反応を起こすことで生じる中性子を利用する。また<sup>252</sup>Cfは自発核分裂により中性子を生じる。これらの中性子源から発生する中性子のエネルギースペクトルを図1-1-1に示す。いずれの中性子源も中性子は10MeV程度までのエネルギーを持つことが分かる。本実験では、Am-Be中性子源からの中性子を減速・拡散させてその挙動を調べる。

加速器を利用した中性子源では、重陽子を重水素やトリチウムターゲットに衝突させて核反応により中性子を発生させる。また原子炉では核分裂反応により生じる中性子が発生する。

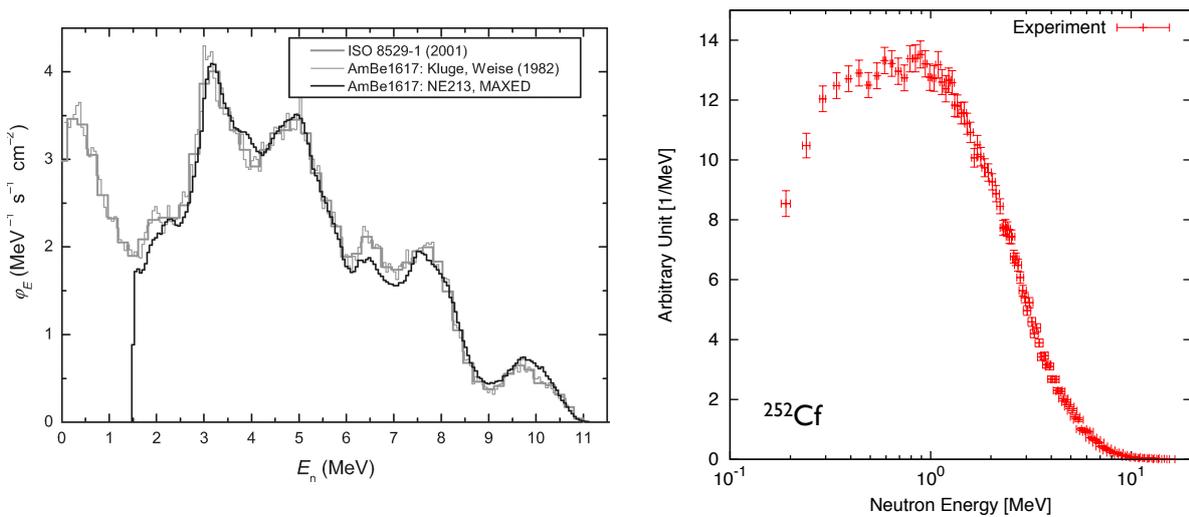


図1-1-1 Am-Be<sup>1)</sup>(左)と<sup>252</sup>Cf<sup>2)</sup>(右)中性子源からの放出中性子のエネルギースペクトル

## 1. 4 原子核の形

最も単純な原子核は球形で表される。この球形内にどのように核子が分布しているかは、原子核の構造や反応を理解する上で重要な情報である。一般には以下に示すWoods-Saxon型が用いられる。ここで、 $\rho_0$ は最大核子密度、 $r$ は半径方向の距離、 $R$ は原子核の平均半径、 $a$ は広がりを表すパラメータである。

$$\rho = \rho_0 \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)} \quad (1-1-1)$$

## 1. 5 断面積

断面積がエネルギーによってどのように変化するかという例を、 $^{238}\text{U}(n, \text{tot})$ で示す。図1-1-2にこの断面積を示す。低エネルギー領域では、 $1/v$ 則によりエネルギーが高くなるに連れて断面積が小さくなっている。数eVから数10keVまでの領域では断面積が極端に大きなところと小さなところが複数続く共鳴領域となる。これは、原子核の複合核の準安定状態を示している。数10keV以上の領域では、連続領域と呼ばれ様々な反応が入り交じっている。この中には、蒸発過程、前平衡過程、直接過程が含まれる。

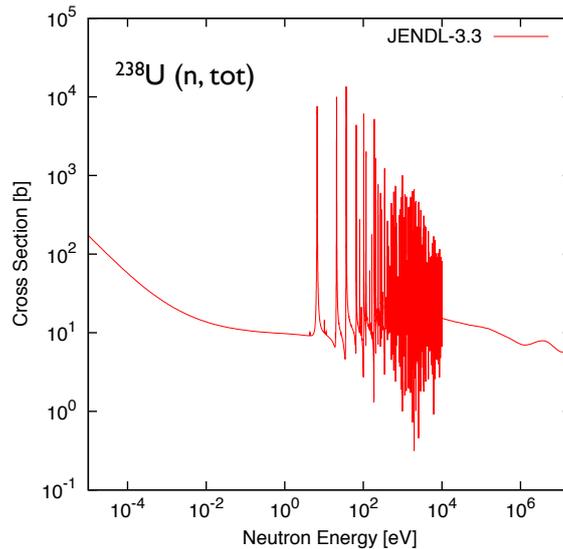


図1-1-2 JENDL-3.3<sup>3)</sup>に収録されている $^{238}\text{U}$ の中性子に対する全断面積

## 1. 6 原子核の運動学

本実験では、中性子の減速を利用する。その際には、中性子は減速材である水素の原子核と弾性散乱を起こす。弾性散乱では、前述のとおり運動エネルギーと運動量が散乱の前後で保存される。その様子を図1-1-3に示す。相対性理論の効果が現れない比較的低エネルギーでは以下のように表される。ここで、 $m_1$ ,  $m_2$ は入射粒子、標的粒子の質量、 $\mathbf{p}_{10}$ ,  $\mathbf{p}_{20}$ は入射粒子、標的粒子の衝突前の運動量、 $\mathbf{p}_{11}$ ,  $\mathbf{p}_{21}$ は衝突

$$\frac{p_{10}^2}{2m_1} + \frac{p_{20}^2}{2m_2} = \frac{p_{11}^2}{2m_1} + \frac{p_{21}^2}{2m_2} \quad (1-1-2)$$

$$\mathbf{p}_{10} + \mathbf{p}_{20} = \mathbf{p}_{11} + \mathbf{p}_{21} \quad (1-1-3)$$

後の運動量、 $\theta$ は散乱角を表す。

実験で観測される量は実験室系であるが、原子核反応は系全体の運動とは関係ないため、反応を記述する際には重心系で記述する方が見通しが良く便利である。そこで、上述の弾性散乱前後の運動量とエネルギーに関して、実験室系と重心系では次の関係がある。ここで、アポストロフィが付いていないのが実験室系での量、

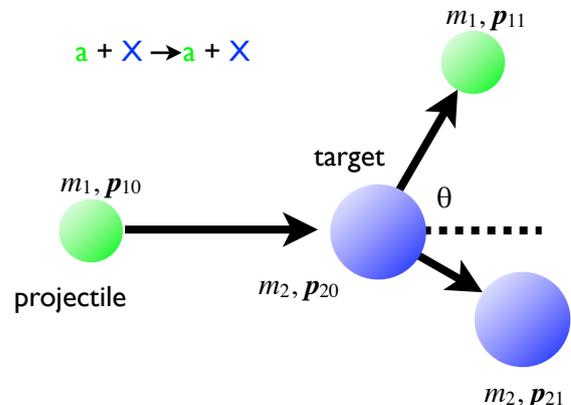


図1-1-3 弾性散乱の様子

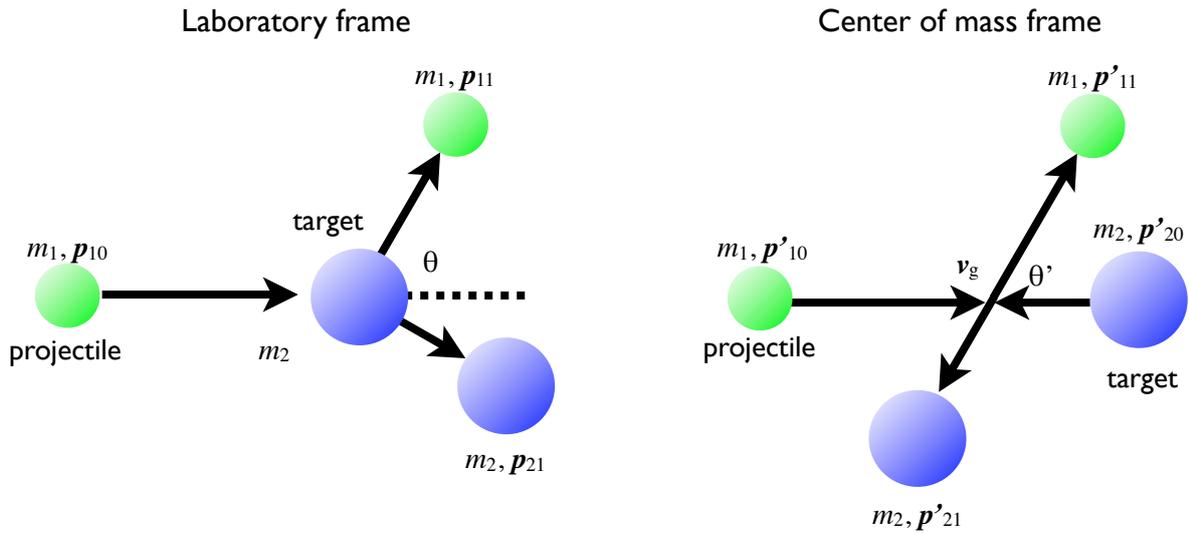


図1-1-4 実験室系(左)と重心系(右)の関係

$$\mathbf{v}_g = \frac{\sum_i \mathbf{p}_i}{\sum_i m_i} \quad (1-1-4)$$

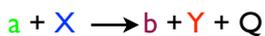
$$\frac{p'_{11z}}{m_1} = \frac{p_{11z}}{m_1} - v_g, \quad \frac{p'_{11x}}{m_1} = \frac{p_{11x}}{m_1} \quad (1-1-5)$$

$$\tan \theta = \frac{p_{11x}}{p_{11z}}, \quad \tan \theta' = \frac{p'_{11x}}{p'_{11z}} \quad (1-1-6)$$

アポストロフィが付いているのが重心系での量、 $v_g$ は実験室系での重心の速度である。

### 1. 7 原子核反応のエネルギー

原子核が弾性散乱以外の反応を起こす時、見た目ではエネルギー保存則が満たさ



れないように見える。しかし、実際には質量超過や励起エネルギー等を考慮することで、エネルギー保存則を満た

$$Q = M_a + M_X - (M_b + M_Y) \quad (1-1-7)$$

す。例えば、X(a, b)Yという反応が起こる時は

と表される。ここで、 $Q$ は反応のQ値であ

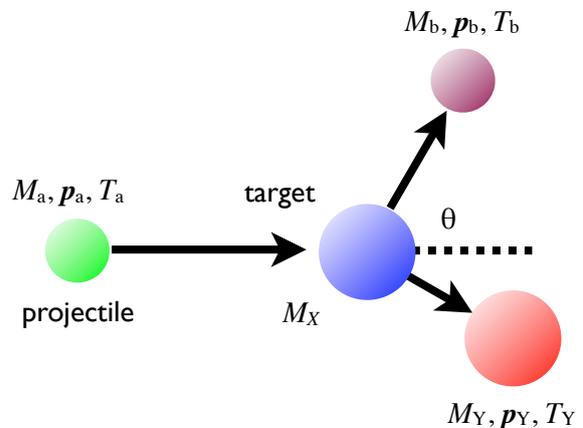


図1-1-5 X(a, b)Y反応の様子

り、次のように表される。

$M_a, M_X, M_b, M_Y$ は、それぞれ入射粒子、標的核、反応後の粒子の質量、 $p_a, p_b, p_Y$ は入射粒子と

$$p_a = p_b + p_Y \quad (1-1-8)$$

$$T_a = T_b + T_Y + Q \quad (1-1-9)$$

反応後の粒子の運動量、 $T_a, T_b, T_Y$ は入射粒子と反応後の粒子の運動エネルギーである。 $Q$ が正の時は発熱反応、負の時は吸熱反応となる。また、 $Q$ 値を考慮して反応の前後の運動エネルギーと運動量は以下のように表される。

吸熱反応の原子核反応の断面積は、入射粒子のエネルギーの関数で表すと、あるしきい値を持つ形となる。これを励起関数と呼ぶ。例として、図1-1-6に $^{209}\text{Bi}$ の $(n, 2n)$ から $(n, 9n)$ までの励起関数をTALYSコード<sup>4)</sup>で計算した結果を示す。放出される中性子の数が増えるに連れてしきい値が高くなっていることが分かる

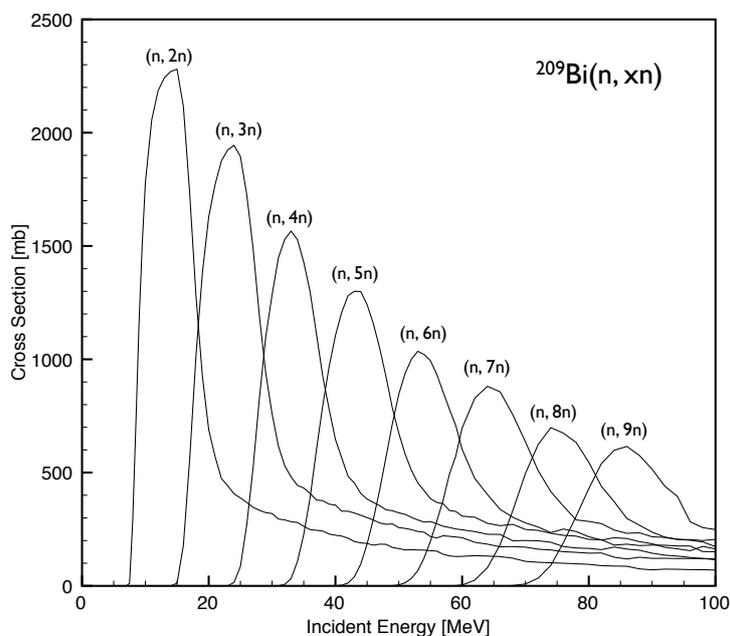


図1-1-6 TALYSコードで計算した $^{209}\text{Bi}(n, xn)$ の励起関数

## 1. 8 原子核反応のシミュレーションコード

原子核反応は複雑であるために、断面積等を解析的な計算で得ることが難しいことが多いため、モンテカルロ法が使用されることが頻繁にある。また、実際の原子炉や加速器などの施設の核設計には核反応が関係する部分の材料や形状が複雑であるために、単に原子核内の反応だけでなく、原子核外の粒子輸送を計算できるシミュレーションコードが用いられる。

現在よく使われているコードには、日本を中心に開発されている汎用のPHITS<sup>5)</sup>、アメリカで開発されているMCNPX<sup>6)</sup>、高エネルギー加速器施設の遮蔽などに使われるMARS<sup>7)</sup>、ヨー

ロッパで開発が続けられているFLUKA<sup>8)</sup>、高エネルギー物理学実験用検出器の設計等に使用されることが多いGEANT<sup>9)</sup>などがある。

また、モンテカルロ法の代わりに、関連する全ての断面積をあらかじめデータベースとして組み込んでおいて計算するTALYSがある。これは計算時間が短いというメリットがある。

## 問題

- (1) 入射粒子と標的原子核の質量が同じとき、弾性散乱後の入射粒子の最小エネルギーと最大エネルギーはいくらか。
- (2) 入射粒子と標的原子核の質量が938 MeV、入射粒子の運動エネルギーが1 MeV、実験室系での散乱角が45°のとき、重心系での散乱角の大きさはいくらか。
- (3)  $^{209}\text{Bi}(n, 2n)^{208}\text{Bi}$ ,  $^{209}\text{Bi}(n, 3n)^{207}\text{Bi}$ ,  $^{209}\text{Bi}(n, 4n)^{206}\text{Bi}$  反応のしきいエネルギーを計算せよ。結果を図1-1-6と比較せよ。

## 参考文献

### 原子核反応に関する一般的な文献

- [1] 八木浩輔、「原子核物理学」、朝倉書店 (1971).
- [2] 河合光路、「核反応」、丸善 (1995).
- [3] 鷺見義雄、「原子核物理入門」、裳華房 (1997).
- [4] Samuel S. M. Wong, "Introductory Nuclear Physics Second Edition", Wiley-Interscience (1998).
- [5] 永江知文、永宮正治、「原子核物理学」、裳華房 (2000).
- [6] 河合光路、吉田思郎、「原子核反応論」、朝倉書店 (2002).

### 本文中で挙げた参考文献

- 1) A. Zimbal, *Radiat. Prot. Dos.*, **126**, 413 (2007).
- 2) H. H. Knitter, *et al.*, *Atomkernenergie*, **22**, 84 (1973).
- 3) K. Shibata, *et al.*, *J. Nucl. Sci. Technol.*, **39**, 1125 (2002).
- 4) A. J. Koning, *et al.*, *AIP-Conf.*, **769**, 1154 (2005).
- 5) H. Iwase, *et al.*, *J. Nucl. Sci. Technol.*, **39**, 1142 (2002).
- 6) J. S. Hendricks, *et al.*, *LA-UR-08-2216* (2008).
- 7) N.V. Mokhov, "The Mars Code System User's Guide", Fermilab-FN-628 (1995);  
O.E. Krivosheev, N.V. Mokhov, "MARS Code Status", Proc. Monte Carlo 2000 Conf.,  
p. 943, Lisbon, October 23-26, 2000; Fermilab-Conf-00/181 (2000);  
N.V. Mokhov, "Status of MARS Code", Fermilab-Conf-03/053 (2003);  
N.V. Mokhov, K.K. Gudima, C.C. James et al, "Recent Enhancements to the MARS15 Code",  
Fermilab-Conf-04/053 (2004); <http://www-ap.fnal.gov/MARS/>.
- 8) A. Fassò, *et al.*, "FLUKA: a multi-particle transport code", CERN-2005-10 (2005), INFN/TC\_05/11, SLAC-R-773; G. Battistoni, *et al.*, "The FLUKA code: Description and benchmarking", Proceedings of the Hadronic Shower Simulation Workshop 2006, Fermilab 6--8 September 2006, M. Albrow, R. Raja eds., *AIP Conf*, **896**, 31, (2007).
- 9) S. Agostinelli, *et al.*, *Nucl. Instrum. Meth.*, **A506**, 250 (2003); J. Allison, *et al.*, *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, **53**, 270 (2003).

## 1.2 核分裂

### 1.2.1 核分裂の発見

1932年にJames Chadwickは、ベリリウムをアルファ線で照射した際に発生する粒子が、陽子と同程度の質量を持つ新しい粒子“中性子”であることを証明した。その後、1934年にCurie夫妻が人工放射性物質を発見したことを契機として、中性子を用いた人工放射能の研究が活発に行われ始めた。特に注目された現象は、質量数が100を超える原子核が中性子を吸収すると複合核状態から $\gamma$ 遷移で基底状態に至り、さらに $\beta$ 崩壊を起こして最終的に原子番号が一つ大きな原子核に変換する反応である。ウランも同じ過程を経るなら超ウラン元素が出来ることになり大変注目されたが、 ${}_{92}^{235}\text{U}$ に中性子を照射した際に生じる放射性物質はRaではないかと考えられたが、明確な証拠は得られなかった。

Otto HahnとFritz Strassmannは1939年、 ${}_{92}^{235}\text{U}$ に熱中性子を照射した際に生じる物質はRaではなく ${}_{56}\text{Ba}$ であり、 ${}_{57}\text{La}$ などの軽い元素も同様に生じることを化学分析の手法を用いて実証した。化学者であるHahn達は、ウラン原子核が熱中性子を吸収して高励起状態に達した後に二分割されるという核分裂反応の可能性を考えたが、当時の原子核物理学の常識では考えられない現象であったため公表は控えていた。Lise MeitnerとOtto Frischは、もしウランの原子核がほぼ真二つに分裂するなら、非常に大きなエネルギーが放出されると予想した。Frischは直ちに電離箱を使った実験を行って非常に大きな信号の観測に成功し、その予想が正しいことを実証した。低速中性子が重い原子核に捕獲された後に核分裂を引き起こすという実験結果は、原子核理論の世界に新たな問題を提議した。MeitnerとFrischは核の安定性の観点から、(1)短距離力である核力、(2)球の表面張力、(3)静電エネルギー、の3項を用いて説明を試み、ウランの核分裂現象の説明に成功した。さらに、この原子核反応を“fission”と呼ぶことを提唱した。この後非常に短い期間の内に、核分裂反応の理論に関する論文が数多く発表されたが、核分裂の発見と同じ年にPhysical Review誌に公表されたBohrとWheelerによる詳細な理論的検討によってほぼ確立されたと考えられる。

### 1.2.2 液滴模型による核分裂の説明

核分裂は、大きな核変形を経て起こると考えられるため、液滴模型に基づく説明が試みられている。一様帯電液滴模型は、原子核の変形に伴うエネルギーの変化を説明するために導入されたもので、その基本的な考えはWeizsackerの半経験的質量公式に類似する。質量公式の中で結合エネルギー $B$ は、質量数 $A$ と原子番号 $Z$ の関数として

$$B(A, Z) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C Z^2 A^{-1/3} - a_{Asy} (N - Z)^2 / A + \delta(A) \quad (1-2-1)$$

で与えられる。各項の意味は以下の通りである。

第一項：体積項。結合エネルギーが核子数に比例して強まる。

核物質の飽和性のため、核が変形しても体積は一定。したがって、体積項は関係ない。

第二項：表面項。核表面に存在する核子の分だけ結合エネルギーが弱まる。

この効果は、核が球形であるとき最小となり、変形が進むと強められる。

第三項：クーロン項。陽子間に働く斥力により結合エネルギーが弱まる。

一様密度電荷の球を仮定すると、そのエネルギーは  $Z^2/A^{1/3}$  に比例する。原子核の場合では  $A \approx 2Z$  であることを利用すると、エネルギーは近似的に  $A^{5/3}$  と表せる。従ってクーロン項は  $A$  が大きいところで反発が強まって結合を弱くする働きを表すと理解できる。

長形に変形すると陽子間の平均距離は長くなり、クーロン斥力エネルギーは減少する。

第四項：対称項。  $(N-Z)^2/A$  に比例する。従って、核変形には依存しない。

上の式には示していないが、量子効果に関する対エネルギー項も一般に考慮される。これは、原子番号と質量数の偶奇性に依存する量であり、核変形には依存しない。

以上の考察より、最も単純な液滴模型では核の変形に伴うポテンシャルエネルギーの変化は、表面効果とクーロン効果によって説明できることが分かる。両者のエネルギーは同程度の大きさで反対符号となるため互いに打ち消し合い、その結果単一粒子エネルギーのような通常は小さくて無視できる高次効果が相対的に大きく現れる場合がある。

### 1.2.3 原子核の変形とポテンシャルエネルギー

図 1-2-1 は、原子核が変形を開始してから核分裂に至るまで過程を表している。上の図は核の変形度に対応するポテンシャルエネルギーの変化である。ここでは対称二分割を考慮しており、変形度としては二つの分裂片の中心間距離をとっている。下の図は A から E までの各点に対応する原子核の形を示している。

原子核は基底状態では球状(A)であるが、エネルギーが与えられると変形して楕円体(B)や鉄アレイ状(C)になる。さらに大きなエネルギーが与えられると二つの球が接するような状態(D)を経て、完全に分裂した状態(E)に至る。状態(A)は安定しているが、変形と共にポテンシャルエネルギーが増加する。変形が進んで(C)の山を越えると一気にポテンシャルエネルギーが減少するため分裂が加速する。これは、2つの荷電球間のクーロン斥力によって説明することができる。点A-C間のポテンシャルエネルギーの差は核分裂に必要なエネルギーであり、臨界エネルギーと呼ばれ、図では  $E_{CR}$  と表している。点Eでクーロンポテンシャルが十分小さいとき、A-E間のエネルギー差が核分裂反応のQ値に対応する。核分裂は終状態が多様であるため、Q値は一意的には決まらず平均値で表す。 $^{235}\text{U}$ の場合、平均のQ値は約212 MeVである。

$^{235}\text{U}$ の熱中性子捕獲核分裂反応の場合、状態(A)は $^{236}\text{U}$ の基底状態に対応する。 $^{235}\text{U}$ が熱中性子を吸収した直後の $^{236}\text{U}$ は、(C)のポテンシャルピークより高い励起状態にあるため核分裂を起こす。詳細は時節で述べる。

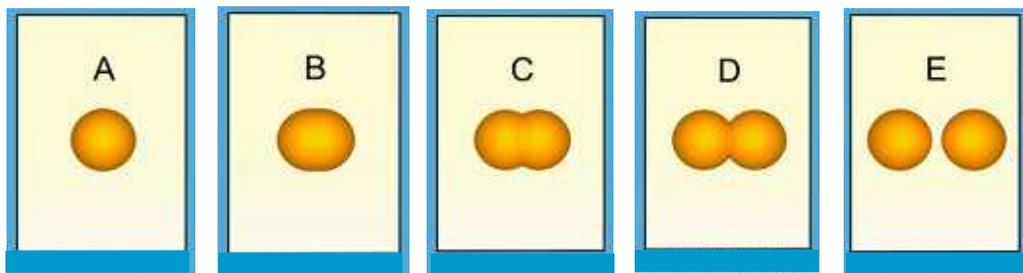
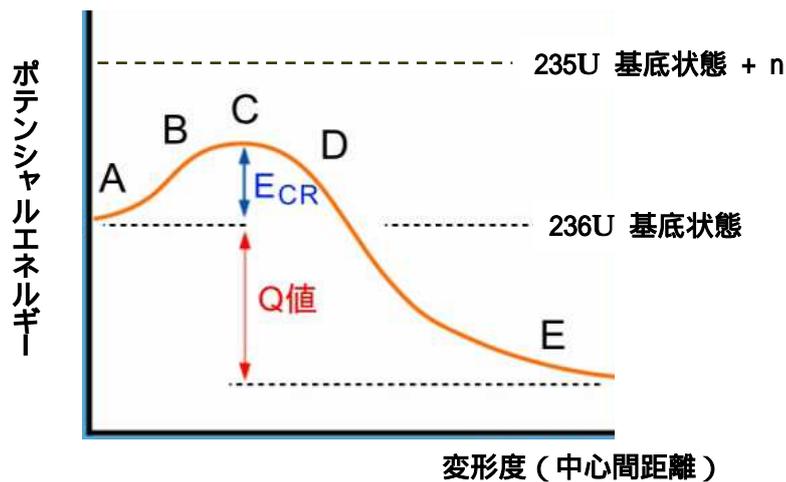


図 1-2-1  $^{236}\text{U}$  原子核のポテンシャルエネルギー（上）と変形（下）

#### 1.2.4 臨界エネルギー

図 1-2-1 下図の点 D におけるクーロン斥力は、2つの対称な帯電球が接していると考えると  $^{236}\text{U}$  の場合 218 MeV となる。核分裂の平均の Q 値が 212 MeV であるので、臨界エネルギーは 6 MeV 程度と考えることができる。実際には、臨界エネルギーは 5.3 MeV であると分かっている。

表 1-2-1 より、 $^{236}\text{U}$  の中性子分離エネルギーは 6.5 MeV である。即ち、 $^{235}\text{U}$  が熱中性子を吸収してできる  $^{236}\text{U}$  複合核は 6.5 MeV だけ励起した状態にあり、その励起エネルギーが臨界エネルギーと比べて 1.2 MeV だけ高いため、直ちに核分裂が起こり得ることを意味する。

表 1-2-1 に示した核種以外は、ほとんどの原子核が熱中性子を吸収するだけでは核分裂を起こすことができない。核分裂を起こすには、臨界エネルギーに相当する運動エネルギーを持った中性子を吸収する必要がある。例えば  $^{238}\text{U}$  が核分裂を起こすには、0.6 MeV 以上の運動エネルギーを持つ中性子を吸収しなければならない。軽い核では臨界エネルギーは大きく、 $^{208}\text{Pb}$  の場合は約 20 MeV である。

表 1-2-1 代表的な原子核の質量と分離エネルギー、臨界エネルギー

	標的核 amu	複合核 amu	分離エネルギー (MeV)	臨界エネルギー (MeV)
$^{232}\text{Th}$	232.038055325	$^{233}\text{Th}$ 233.041581843	5.1	6.5
$^{233}\text{U}$	233.039635207	$^{234}\text{U}$ 234.040952088	6.6	4.6
$^{235}\text{U}$	235.043929918	$^{236}\text{U}$ 236.045568006	6.4	5.3
$^{238}\text{U}$	238.050788247	$^{239}\text{U}$ 239.054293299	4.9	5.5
$^{239}\text{Pu}$	239.052163381	$^{240}\text{Pu}$ 240.053813545	6.4	4.0

### 1.2.5 捕獲断面積と核分裂断面積

以上述べた内容は、熱中性子に誘起される核分裂反応についてであるが、原子核反応は一般に多くのチャンネルを有しており、複合核の崩壊チャンネルも核分裂のみではなく、線放出も起こり得る。 $^{235}\text{U}$  が熱中性子を吸収して形成する複合核は、臨界エネルギーまで 1.2 MeV の余裕があるが、それ以上のエネルギーを線として放出すると核分裂を起こすことは出来なくなる。即ち、 $^{235}\text{U}(n, \text{fission})$  反応は、中性子捕獲反応の  $(n, \gamma)$  反応と競合する。表 1-2-2 には、代表的な原子核の熱中性子に対する捕獲断面積と核分裂断面積、およびそれらの比を示している。 $^{235}\text{U}$  の場合、熱中性子誘起核分裂の割合は約 85% である。なお、捕獲断面積と核分裂断面積との差は、 $(n, \gamma)$  反応断面積である。

表 1-2-2 熱中性子に対する捕獲断面積  $\sigma_{\text{abs}}$  と核分裂断面積  $\sigma_{\text{fis}}$  および両者の比

	$\sigma_{\text{abs}}$ (barn)	$\sigma_{\text{fis}}$ (barn)	$\sigma_{\text{fis}} / \sigma_{\text{abs}}$
$^{233}_{92}\text{U}$	573	525	0.92
$^{235}_{92}\text{U}$	678	577	0.85
天然 U	7.5	4.1	0.55
$^{239}_{94}\text{Pu}$	1015	741	0.73

3 つの天然ウラン同位体のうち、熱中性子によって核分裂を起こすのは  $^{235}\text{U}$  のみである。 $^{235}\text{U}$  は 1 個の核分裂の結果、平均 2.5 個の中性子を放出する。一方、 $^{238}\text{U}$  は 6eV から 1keV の

エネルギー領域の中性子に対して共鳴的に (n, ) 反応を起こす。これは中性子の損失となり、核分裂の連鎖反応の持続を妨げる。原子炉では  $^{238}\text{U}$  による中性子損失を抑制するため、中子を増倍させる働きを持つ  $^{235}\text{U}$  を濃縮して使用している。なお、表に示した  $^{233}\text{U}$  は天然に存在するものではなく、 $^{232}\text{Th}$  に中子を吸収させてできる人工物である。

## 1.2.6 核分裂パラメータ

原子核はポテンシャルの山を越えて核分裂に至るが、それぞれの原子核の核分裂に対する安定度を表すために核分裂パラメータが導入された。ここでは、核分裂パラメータについて説明する。

球の変形を記述する方法としては、球面調和関数展開が一般的であるが、原子核の変形が小さくて軸対称である場合にはルジャンドル多項式を用いた近似が使える。この場合半径  $R$  は、半径ベクトルの角度  $\theta$  の関数として次式により表される。

$$R(\theta) = \frac{R_0}{\lambda} \left\{ 1 + \sum_{n=1} \alpha_n P_n(\cos \theta) \right\} \quad (1-2-2)$$

ここで、 $R_0$  は変形のない球の半径で、 $\lambda$  は体積が変化しないためのスケールファクターである。Bohr と Wheeler はさらに簡単化して

$$R(\theta) = R_0 \{ 1 + \alpha_2 P_2(\cos \theta) \} \quad (1-2-3)$$

で記述できると仮定した。ここで、 $\alpha_2$  は四重極変形の程度を表すパラメータである。Bohr と Wheeler は変形が小さくて球形に近いときの表面エネルギーとクーロンエネルギーは

$$E_s = E_s^0 \left( 1 + \frac{2}{5} \alpha_2^2 \right), \quad E_c = E_c^0 \left( 1 - \frac{1}{5} \alpha_2^2 \right) \quad (1-2-4)$$

と書けるとして、核分裂を詳細に分析した。 $E_s^0$  と  $E_c^0$  はそれぞれ、変形のない球形核の表面エネルギーとクーロンエネルギーである。これらは、それぞれ

$$E_s^0 = 4\pi R_0^2 \Omega \quad \text{および} \quad E_c^0 = \frac{3}{5} (Ze)^2 / R_0 \quad (1-2-5)$$

と表される。ただし、 $\Omega$  は液滴の表面張力である。

帯電した液滴が小さな変形に対して安定であるためには、クーロンエネルギーの減少分

$$\Delta E_c = -\frac{1}{5} \alpha_2^2 E_c^0 \quad (1-2-6)$$

は、表面エネルギーの増大分

$$\Delta E_s = \frac{2}{5} \alpha_2^2 E_s^0 \quad (1-2-7)$$

よりも小さくなければならない。

これは、 $|\Delta E_c|/\Delta E_s = 1$  または、 $E_c^0/2E_s^0 = 1$  のときに液滴が不安定となることを示唆する。

すわなち、 $\Delta E_c$  と  $\Delta E_s$  との和が正であれば原子核は球形で安定となり、負ならば楕円体の方が安定となる。これより、Bohr と Wheeler は核分裂の起こりやすさの指標として、核分裂パラメータ (fissility parameter)  $x$  を

$$x \equiv E_c^0/2E_s^0 \quad (1-2-8)$$

で定義して導入した。 $x$  が 1 よりも小さいときは変形に対して安定であるが、1 よりも大きいときは核分裂を妨げるポテンシャルバリアは存在しない。実際に  $E_c^0$  と  $E_s^0$  を求めるとそれぞれ

$$E_c^0 = 0.71Z^2A^{-1/3} \quad \text{および} \quad E_s^0 = 17.8A^{2/3} \quad (1-2-9)$$

となる。ただし、エネルギーの単位は MeV である。これらを  $x$  の式に代入すると、

$$x = \frac{Z^2}{50.1A} \quad (1-2-10)$$

が得られる。この結果は、 $Z$  が非常に大きな重い原子核にはバリアが存在しないことを示唆する。 $x > 1$  となる原子核は不安定で自然に核分裂を起こすが、天然にはそのようか原子核は存在しない。一方、 ${}_{92}^{238}\text{U}$  と  ${}_{98}^{252}\text{Cf}$  について  $x$  の値を計算してみると各々 0.71 と 0.76 となり、1 に近い値であることが分かる。

最初に述べたように、核分裂パラメータの考察は原子核の変形が小さい場合を仮定して行っている。実際の核分裂では、大きく変形する状態を経て分裂に至ると考えられるため、あまり良い仮定であるとは言えない。また、対称核分裂を仮定しているため自発核分裂や熱中性子誘起核分裂では状況が異なる。しかし、核分裂では反応の初期の状態が、その後ポテンシャルの山を越えるか否かに大きく影響すると考えられており、反応の起こり易さの目安としては有効な考えとなっている。

### 1.2.7 核分裂によって発生するエネルギー

ある原子核 ( $A, Z$ ) が真二つに分裂して 2 個の原子核 ( $A/2, Z/2$ ) に至る場合を考える。2 個の分裂片がクーロンエネルギーを無視できる程十分遠くに離れたときを終状態として、始状態からのエネルギー変化  $E$  を求める。液滴模型の結合エネルギーを記述する式 1-2-1 を用いると

$$\Delta E = B(A, Z) - 2B(A/2, Z/2) \quad (1-2-11)$$

となる。これにウラン 235 が中性子を捕獲した場合で計算してみると、 $E = -169$  MeV となる。ウラン 236 の基底状態は、これが真二つに分裂した状態よりも 169 MeV だけエネルギー

が大きく、このエネルギーの差が核分裂に伴って放出される。

### 1.2.8 核分裂片

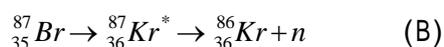
$^{235}\text{U}$  の熱中性子誘起核分裂の結果、生成される核分裂片の同位体は約 80 種に及ぶ。核分裂片の大部分は放射性であり、崩壊を起こす。核分裂片の質量数分布は非対称になっている。核分裂片の軽いグループは質量数 80 から 110 の間に分布しており、その中心は質量数 90、陽子数 38、運動エネルギー 37 MeV 近傍にある。重いグループは質量数 125 から 155 の間に分布し、質量数 140 付近で陽子数 54 付近、運動エネルギー 65 MeV 近傍である。また、最も収量の多い同位体は質量数 95 と 139 であり、収量は両者共に全体の 6% 強である。原子核に吸収される中性子のエネルギーが高くなると、分裂片の質量数分布は非対称から対称に近づいていくことが知られている。

### 1.2.9 核分裂に伴って放出される高速中性子

1 個の中性子が吸収されて核分裂を起こす時に放出される中性子の平均数は一般に  $\bar{\nu}$  で表される。一方、1 個の中性子が吸収されて全ての起こり得る反応から放出される中性子の平均数は  $\bar{\nu}_{\text{eff}}$  で表される。 $^{235}\text{U}$  が熱中性子を吸収する場合  $\bar{\nu}$  は 2.43、 $\bar{\nu}_{\text{eff}}$  は 2.07 であり、1 MeV 中性子の吸収の場合  $\bar{\nu}$  は 2.58、 $\bar{\nu}_{\text{eff}}$  は 2.38 となっている。

即発中性子： 核分裂の直後、分裂片は余分のエネルギーを持っており、核の安定性のために過剰な中性子を約  $10^{-14}$  秒から  $10^{-12}$  秒の間に放出する。エネルギーの範囲は 0.05 MeV から 7 MeV 以上まで分布しており、平均値は約 2 MeV、ピーク値は 1 MeV 程度である。エネルギースペクトルの経験式が与えられている。全放出中性子数の中、99%以上を占める。

遅発中性子： 核分裂の後、数ミリ秒程度経過した後に放出され、その数は中性子全体の 1% 以下である。遅発中性子発生の重要な過程の一つは核分裂片の一つである臭素  $^{87}_{35}\text{Br}$  の崩壊に伴うものであり、図 1-2-1 に示している。



臭素は崩壊を経てクリプトンになるが、その際 30% がクリプトンの基底状態に遷移し、残りの 70% は励起エネルギー 5.4 MeV の励起状態に至る。これらの過程はそれぞれ (A) および (B) として示している。(A) では直接クリプトンの基底状態へ遷移している。一方、(B) はクリプトンの励起状態に遷移をした後、直ちに中性

子を放出して基底状態へ至る過程となっている。

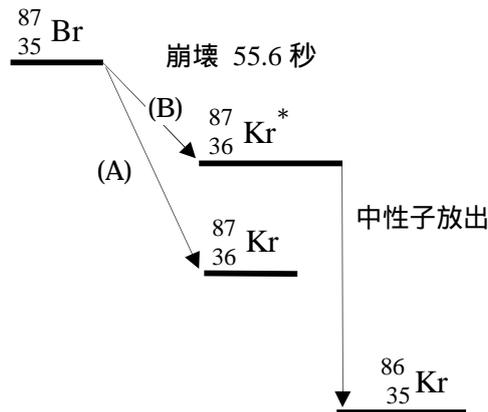


図 1-2-3 Br の崩壊に伴う遅延中性子の放出

### 1.2.10 核分裂に伴って放出される線

核分裂に伴って放出される線も、即発線と遅発線の2種類に分類することができる。即発線は、核分裂の後  $0.1\mu$  秒程度以内に放出されるものである。即発線の放出は、即発中性子の放出とほぼ同時に起こる場合と、短寿命の核分裂片の崩壊に伴って起こる場合の2通りがある。 $^{235}\text{U}$  の熱中性子核分裂の場合、即発線のエネルギー分布は  $0.1\sim 0.6$  MeV にピークを持ち、エネルギー増加と共に対数的に減少して行く構造となっている。核分裂当りに放出される即発線のエネルギー総和は約 7 MeV、平均エネルギーは約 1 MeV である。一方、遅発線は長寿命核分裂片の崩壊に伴って放出される。

### 1.2.11 核分裂反応の種類

核分裂が指す現象の範囲は広い。中性子誘起核分裂と自発核分裂とでは前者は原子核反応、後者は放射性崩壊である点において違いがある。原子核反応では前述のように、高励起状態を経た後分裂する動的な過程である。放射性崩壊は、基底状態からそのまま分裂に至る静的な過程である。核分裂片の質量数分布に関しても明確な定義は困難である。一般には終状態において質量が同程度の原子核が2個できる場合を核分裂と呼ぶ。しかし、一方がヘリウムでもう一方が質量数 230 程度と極端な場合もある。さらに、以上では熱中性子によって誘起される非対称核分裂について説明してきたが、高エネルギー中性子によっても核分裂は起こる。中性子エネルギーが高くなると、核分裂片の質量分布は対称に近くなっていく。核分裂は  $E_{cr}$  を越えるエネルギーが原子核の外から与えられれば起こるので、中性子だけでなく荷電粒子や線によっても誘起され得る。

### 演習問題 ( 1 )

次の二つの方法により、 $^{235}\text{U}$  の核分裂に伴って放出されるエネルギーを求めよ。

( 1 )  $B/A$  の曲線を直接使用して求める。

( 2 )  $^{235}_{92}\text{U}$  が中性子を吸収した後に  $^{93}_{37}\text{Rb}$  と  $^{140}_{55}\text{Cs}$  とに分裂する場合について、原子質量を用いて求める。この際に何個の中性子が放出されるか注意すること。

各粒子の質量 ( amu 単位 ) は下の通りである。

U: 235.043924, Rb: 92.91699, Cs: 139.90910

n: 1.008665

### 演習問題 ( 2 )

$^{235}\text{U}$  原子核 1 グラムの核分裂に伴って放出されるエネルギーは何ジュールか。また、このエネルギーは一般的な化学反応と比べて何倍大きいのか。

### 演習問題 ( 3 )

$^{235}\text{U}$  の熱中性子核分裂の分裂片質量分布は、 $B/A$  曲線からは対称的になると予想されるが実際には非対称になる。この理由を考察せよ。

### 参考文献

"*The Discovery of Fission*". O. Frisch and J. Wheeler. *Physics Today*, November 1967, p. 43.

"*Concerning the Existence of Alkaline Earth Metals Resulting from Neutron Irradiation of Uranium*," O. Hahn and F. Strassman, *Naturwissenschaften* vol.27, p. 11 (Jan. 1939)

"*Verification of the Creation of Radioactive Barium Isotopes from Uranium and Thorium by Neutron Irradiation; Identification of Additional Radioactive Fragments from Uranium Fission*", O. Hahn and F. Strassman. *Naturwissenschaften*, February 10, 1939, volume 27, p. 89-95.

"*Disintegration of Uranium by Neutrons: a New Type of Nuclear Reaction*", Lise Meitner, and Otto Frisch. *Nature*, Feb. 11, 1939, volume 143, p. 239

"*Mechanism of Fission*", John Wheeler, *Physics Today*, November 1967, p. 49.

"*Fission*", Bohr and Wheeler, *Physical Review* 1949

ラマーシュ *原子炉の初等理論 ( 上 )*, J.R. Lamarsh, 吉岡書店

*原子核物理*, 景山誠三郎, 朝倉書店

## 2. 中性子の減速と拡散

核分裂反応や独立の中性子源などによって発生した個々の中性子は、媒質原子と衝突をくり返してエネルギーを失いながら、体系内を移動していく。体系内での中性子集団の減速拡散過程を適度な精度で記述する理論と計算手法の概略を説明する。

### 2-1 素過程と減速拡散のイメージ

中性子のエネルギー分布や空間分布を決定する上で最も重要な過程は減速材原子との散乱衝突である。体系内の中性子数は媒質原子数に比べてはるかに（10桁以上）少ないので、**中性子同士の衝突は無視できる**。

本実験では、減速材としてポリエチレンを使用する。体系内に核分裂性物質は含まれない。減速材の構成原子である水素  $^1\text{H}$  と炭素  $^{12}\text{C}$  に対する中性子衝突の断面積<sup>1)</sup>を図 2-1 に示す。ほとんどのエネルギー域で吸収反応の寄与は小さく、全断面積は弾性散乱断面積にほぼ等しいことが分かる。なお  $^{12}\text{C}$  の場合、入射中性子のエネルギーが 6 MeV 以上になると非弾性散乱も中性子の減速に幾分寄与することが同図より伺える。

中性子源としては、Am - Be 中性子源を使用する。放出中性子のエネルギーは  $0 < E < 11 \text{ MeV}$  の範囲に分布する。空間的には点状の等方中性子源と見なせる。従って本実験の場合、中性子の**数密度**  $n(\mathbf{r}, E, t)$  は中性子源に近いところほど大きくなる。

散乱衝突は中性子を減速させ、運動方向をランダムにするが、さらに中性子集団の動きを生み出す効果もある。単位時間単位体積あたりの散乱衝突の数、すなわち散乱衝突密度は、**巨視的散乱断面積**  $\Sigma_s(\mathbf{r}, E) \equiv N(\mathbf{r})\sigma_s(E)$  と**中性子束**  $\phi(\mathbf{r}, E, t) \equiv v n(\mathbf{r}, E, t)$  の積となるので、中性子束の（従って衝突密度の）大きい場所から小さい場所に向かって**中性子の正味の流れ**が発生する（図 2-2）。この**中性子流**  $\mathbf{J}(\mathbf{r}, E, t)$  と中性子束  $\phi(\mathbf{r}, E, t)$  の間には厳密な関係はない。実用上は以下の関係が用いられる。

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, E, t) = -D(\mathbf{r}, E) \nabla \phi(\mathbf{r}, E, t) \quad \text{----- (2-1)}$$

これを拡散近似という。**拡散係数**  $D(\mathbf{r}, E)$  は拡散理論の枠内では決められず、より精密な輸送理論<sup>2)</sup>を使って、幾つかの仮定と近似のもとに以下のように与えられる。

$$D(\mathbf{r}, E) = \frac{1}{3\Sigma_{tr}(\mathbf{r}, E)} = \frac{1}{3} \left\{ \Sigma_t(\mathbf{r}, E) - \bar{\mu}_0 \Sigma_s(\mathbf{r}, E) \right\}^{-1} \quad \text{----- (2-2)}$$

ただし  $\Sigma_t(\mathbf{r}, E)$  は巨視的全断面積 [ $\text{cm}^{-1}$ ]、 $\bar{\mu}_0$  は実験室系における散乱角の平均余弦である。

なお  $\phi(\mathbf{r}, E, t)$  と  $\mathbf{J}(\mathbf{r}, E, t)$  は、それぞれ単位エネルギーあたりの中性子束および中性子流であり、同じ単位 ( $\text{個} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{eV}^{-1}$ ) をもつ。従って拡散係数  $D(\mathbf{r}, E)$  の単位は  $\text{cm}$  である。

### 2-2 エネルギー依存の拡散方程式

拡散方程式は正式には輸送方程式<sup>2)</sup>を出発点として導かれるが、ここでは発見的方法でこれを導く。いろいろなエネルギーの中性子を含む媒質中に体積  $V$ 、表面積  $S$  の任意の領域を想定し、この領域内でのエネルギー  $E$  の中性子数のつり合いを考えると次の関係が成立する。

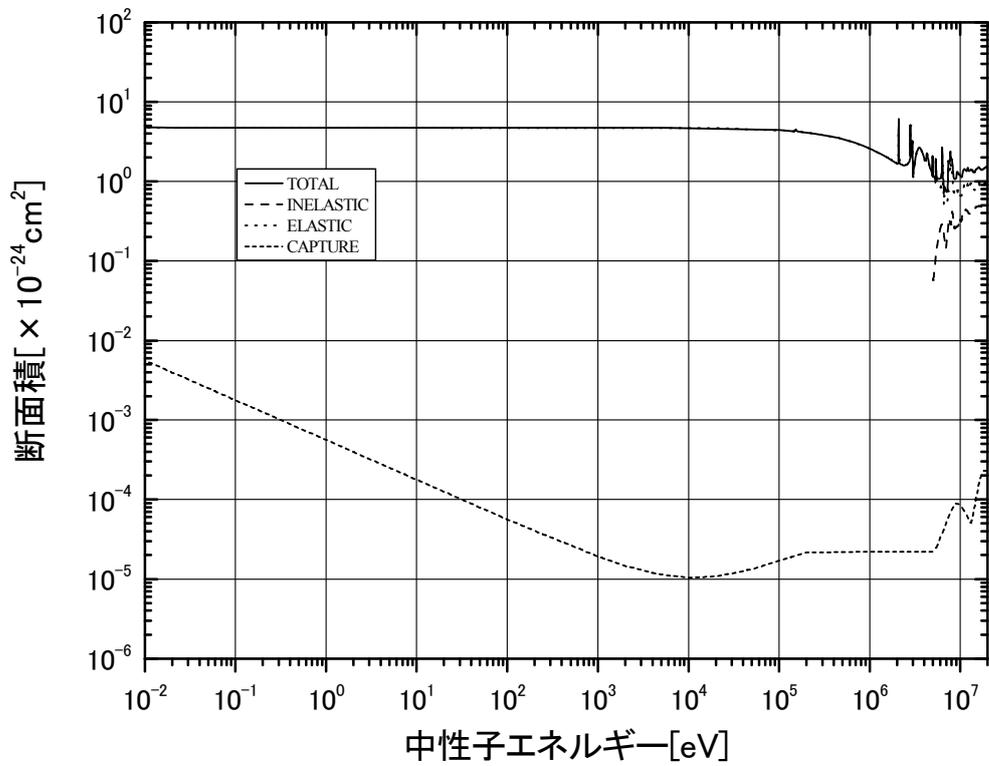
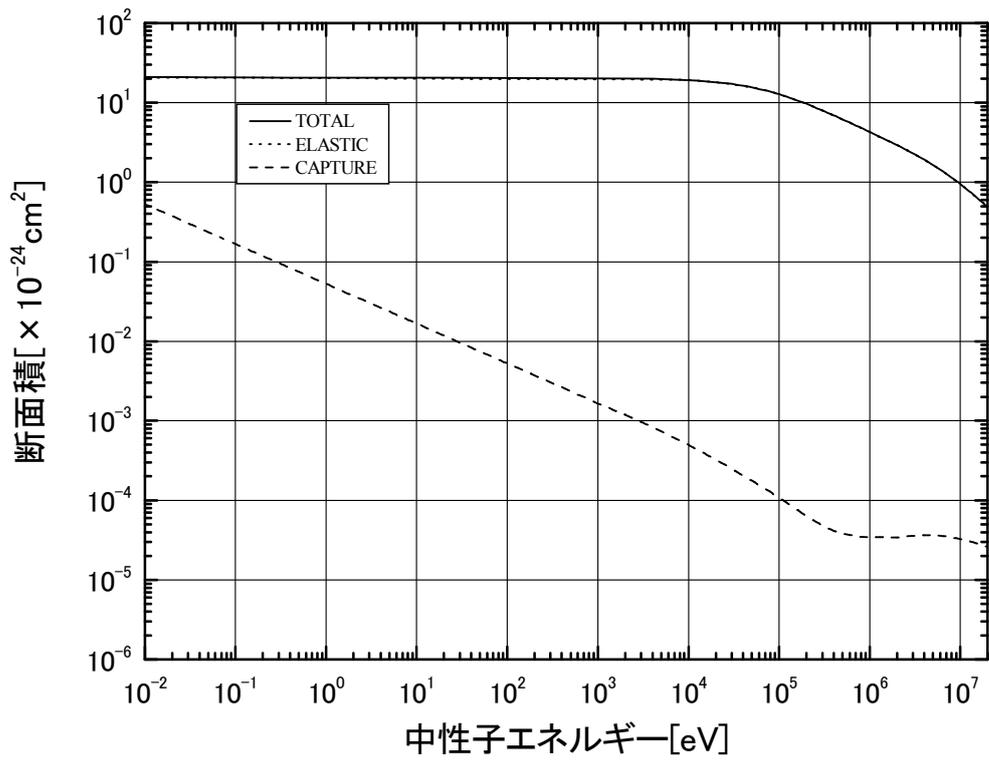


図 2-1. 中性子エネルギーの関数としての断面積のグラフ. JENDL-3.3 を基に作成.

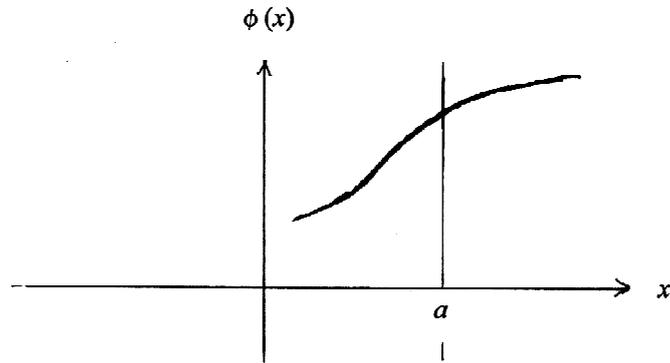


図 2-2. 中性子束の勾配から生ずる中性子の流れ. 例えば平面  $x = a$  の前後で中性子束が図のように変化する場合、右側から左方向へ散乱される中性子の方が左側から右方向へ散乱されるものよりも多い. その結果、右側から左方向へ正味の流れが発生する.

$$\begin{aligned} \text{[} V \text{内の中性子数の変化率 ①]} &= \text{[} V \text{内での中性子の発生率 ②]} \\ &- \text{[} V \text{内での中性子の消失率 ③]} - \text{[} V \text{からの中性子の正味の流出率 ④]} \quad \text{----(2-3)} \end{aligned}$$

この式の各項 (単位は個 $\cdot$ s $^{-1}$  $\cdot$ eV $^{-1}$ ) は、中性子束  $\phi(\mathbf{r}, E, t)$  を用いて以下のように書ける。

$$\text{①} = \frac{d}{dt} \int_V n(\mathbf{r}, E, t) dV = \int_V \frac{1}{v} \frac{\partial \phi(\mathbf{r}, E, t)}{\partial t} dV$$

$$\text{②} = \int_V S_{ext}(\mathbf{r}, E, t) dV + \int_V \left[ \int_0^\infty \Sigma_s(\mathbf{r}, E' \rightarrow E) \phi(\mathbf{r}, E', t) dE' \right] dV$$

ここで  $S_{ext}(\mathbf{r}, E, t)$  は中性子束に依存しない外部中性子源 [個 $\cdot$ cm $^{-3}$  $\cdot$ s $^{-1}$  $\cdot$ eV $^{-1}$ ]、 $\Sigma_s(\mathbf{r}, E' \rightarrow E)$  は**散乱の巨視的微分断面積** [cm $^{-1}$  $\cdot$ eV $^{-1}$ ]である。第2項は散乱によって単位時間あたりに着目しているエネルギー点  $E$  のまわりの単位エネルギー幅に入ってくる中性子数を表す。

$$\text{③} = \int_V \Sigma_t(\mathbf{r}, E) \phi(\mathbf{r}, E, t) dV$$

この項は、何らかの相互作用によって中性子が単位時間あたりに着目しているエネルギー点  $E$  から取り除かれる数を表す。

$$\text{④} = \int_S \mathbf{J}(\mathbf{r}, E, t) \cdot d\mathbf{S} = \int_V \nabla \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}, E, t) dV = - \int_V \nabla \cdot D(\mathbf{r}, E) \nabla \phi(\mathbf{r}, E, t) dV$$

この項は体積  $V$  から表面  $S$  を通って単位時間あたりに流出する正味の (エネルギー  $E$  の) 中性子数を表す。この式の変形ではガウスの定理と(2-1) の関係を使った (図 2-3)。

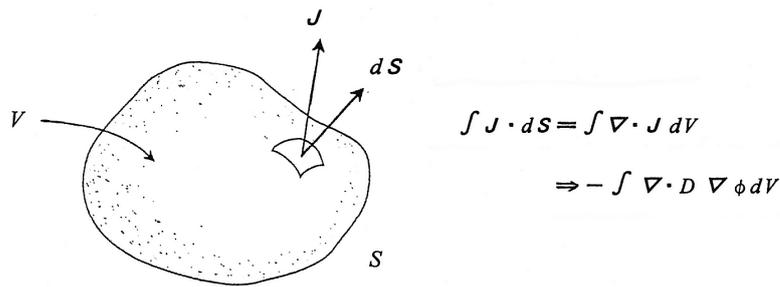


図 2-3. 体積  $V$  と表面積  $S$  をもつ任意の領域. 表面からの正味の流出率は発散定理を使って計算することができる.

これらを (2-3) に代入し、若干並べかえる。体積  $V$  は任意に選んでいるから、被積分関数の間に以下の関係が成立しなければならない。これが**エネルギー依存の拡散方程式**である。

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \phi(\mathbf{r}, E, t)}{\partial t} - \nabla \cdot D(\mathbf{r}, E) \nabla \phi(\mathbf{r}, E, t) + \Sigma_t(\mathbf{r}, E) \phi(\mathbf{r}, E, t) = \int_0^{\infty} \Sigma_s(\mathbf{r}, E' \rightarrow E) \phi(\mathbf{r}, E', t) dE' + S_{ext}(\mathbf{r}, E, t) \quad \text{-----(2-4)}$$

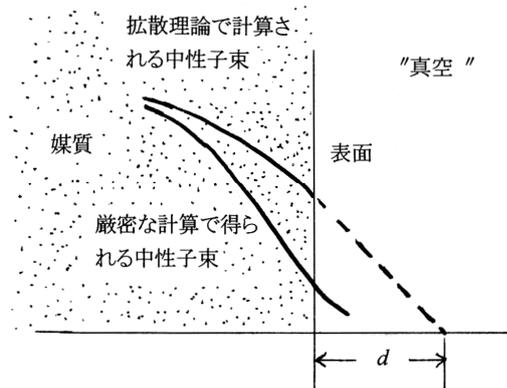
各項の単位は  $\text{個} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{eV}^{-1}$  である。体系内に核分裂性物質が存在する場合には、(4) の右辺に次式が加わる。

$$x(E) \int_0^{\infty} v(E') \Sigma_f(\mathbf{r}, E') \phi(\mathbf{r}, E', t) dE'$$

ここで  $\Sigma_f(\mathbf{r}, E')$  は核分裂の巨視的断面積、 $v(E')$  は核分裂 1 回あたりに発生する中性子数、 $x(E)$  は発生中性子の規格化されたエネルギースペクトル (単位は  $\text{eV}^{-1}$ ) である。

拡散方程式 (2-4) は、強い吸収体の近傍や体系の外側境界の近傍を除く領域では十分な精度で成り立つ。体系表面における境界条件としては、実際の表面よりも**外挿距離**の分だけ外側に出た**外挿表面**を考え、そこでの中性子束を 0 とする (図 2-4)。

図 2-4. 表面における外挿距離  $d$ . ほとんどの場合、 $d$  は簡単な公式  $d = 2.13D$  で与えられる.



### 2-3 多群拡散法

拡散方程式 (2-4) はどんなに単純な体系に対しても解析的には解けない。これを数値的に解くために、中性子のエネルギーを離散化して、ある間隔ごとのエネルギー群として取り扱うのが多群法<sup>2)</sup>である。以下では、これを説明する。ただし時間に依存しない定常状態を考える。

中性子のエネルギー範囲を図 2-5 に示すような  $G$  個の小区間 (=エネルギー群) に分け、方程式(2-4)を区間  $[E_g, E_{g-1}]$  で積分する ( $g=1, 2, \dots, G$ )。

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{- \int_{E_g}^{E_{g-1}} \nabla \cdot D(\mathbf{r}, E) \nabla \phi(\mathbf{r}, E) dE}_{\textcircled{1}} + \underbrace{\int_{E_g}^{E_{g-1}} \Sigma_t(\mathbf{r}, E) \phi(\mathbf{r}, E) dE}_{\textcircled{2}} \\
 & = \underbrace{\int_{E_g}^{E_{g-1}} \int_0^\infty \Sigma_S(\mathbf{r}, E' \rightarrow E) \phi(\mathbf{r}, E') dE' dE}_{\textcircled{3}} + \underbrace{\int_{E_g}^{E_{g-1}} S_{ext}(\mathbf{r}, E) dE}_{\textcircled{4}}
 \end{aligned}
 \tag{2-5}$$

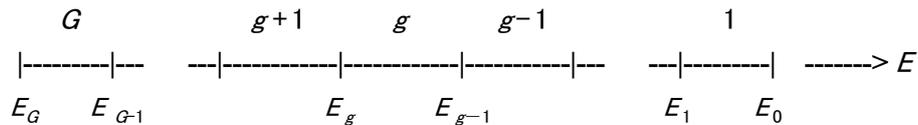


図 2-5. 多群拡散計算のための群構造. 最もエネルギーの高い群を  $g = 1$  で、最もエネルギーの低い群を  $g = G$  で表す.

まず  $g$  群の中性子束 (単位は  $\text{個} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ ) と  $g$  群の外部中性子源 [ $\text{個} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$ ] をそれぞれ次のように定義する。

$$\phi_g(\mathbf{r}) \equiv \int_{E_g}^{E_{g-1}} \phi(\mathbf{r}, E) dE, \quad S_g^{ext}(\mathbf{r}) \equiv \int_{E_g}^{E_{g-1}} S_{ext}(\mathbf{r}, E) dE
 \tag{2-6}$$

この  $\phi_g(\mathbf{r})$  を用いて、 $g$  群の巨視的全断面積 (単位は  $\text{cm}^{-1}$ ) を次式で定義する。

$$\Sigma_{tg}(\mathbf{r}) \equiv \frac{\int_{E_g}^{E_{g-1}} \Sigma_t(\mathbf{r}, E) \phi(\mathbf{r}, E) dE}{\int_{E_g}^{E_{g-1}} \phi(\mathbf{r}, E) dE} = \frac{\int_{E_g}^{E_{g-1}} \Sigma_t(\mathbf{r}, E) \phi(\mathbf{r}, E) dE}{\phi_g(\mathbf{r})}
 \tag{2-7}$$

さらに  $g$  群の拡散係数  $D_g(\mathbf{r})$  [cm] を、すべての方向について  $D(\mathbf{r}, E)$  が等しいと仮定して

$$D_g(\mathbf{r}) \equiv \frac{\int_{E_g}^{E_{g-1}} D(\mathbf{r}, E) \nabla \phi(\mathbf{r}, E) dE}{\int_{E_g}^{E_{g-1}} \nabla \phi(\mathbf{r}, E) dE}$$

で定義する。中性子束  $\phi(\mathbf{r}, E)$  が  $\mathbf{r}$  の関数と  $E$  の関数に分離できる場合には以下のようになる。

$$D_g(\mathbf{r}) \equiv \frac{\int_{E_g}^{E_{g-1}} D(\mathbf{r}, E) \phi(\mathbf{r}, E) dE}{\phi_g(\mathbf{r})} \quad \text{-----(2-8)}$$

これらを用いると、③を除く (2-5) の各項は以下のように簡単な式になる。

$$\begin{aligned} \textcircled{1} &= -\nabla \cdot D_g(\mathbf{r}) \nabla \phi_g(\mathbf{r}) = -D_g(\mathbf{r}) \nabla^2 \phi_g(\mathbf{r}) \\ \textcircled{2} &= \Sigma_{tg}(\mathbf{r}) \phi_g(\mathbf{r}) \\ \textcircled{4} &= S_g^{ext}(\mathbf{r}) \end{aligned}$$

散乱流入項については、まず全エネルギー範囲にわたる積分を区間ごとの積分の和の形に書く。

$$\textcircled{3} = \int_{E_g}^{E_{g-1}} \sum_{h=1}^G \left[ \int_{E_h}^{E_{h-1}} \Sigma_S(\mathbf{r}, E' \rightarrow E) \phi(\mathbf{r}, E') dE' \right] dE$$

そして散乱による  $h$  群から  $g$  群への巨視的「群間遷移断面積」(単位は  $\text{cm}^{-1}$ ) を

$$\Sigma_{Sh \rightarrow g}(\mathbf{r}) \equiv \frac{\int_{E_g}^{E_{g-1}} \int_{E_h}^{E_{h-1}} \Sigma_S(\mathbf{r}, E' \rightarrow E) \phi(\mathbf{r}, E') dE' dE}{\int_{E_h}^{E_{h-1}} \phi(\mathbf{r}, E) dE} = \frac{\int_{E_g}^{E_{g-1}} \int_{E_h}^{E_{h-1}} \Sigma_S(\mathbf{r}, E' \rightarrow E) \phi(\mathbf{r}, E') dE' dE}{\phi_h(\mathbf{r})}$$

で定義する。そうすると

$$\textcircled{3} = \sum_{h=1}^G \Sigma_{Sh \rightarrow g}(\mathbf{r}) \phi_h(\mathbf{r})$$

以上より、 $g$  群の中性子に対する定常状態の拡散方程式は

$$-D_g(\mathbf{r}) \nabla^2 \phi_g(\mathbf{r}) + \Sigma_{tg}(\mathbf{r}) \phi_g(\mathbf{r}) = \sum_{h=1}^G \Sigma_{Sh \rightarrow g}(\mathbf{r}) \phi_h(\mathbf{r}) + S_g^{ext}(\mathbf{r}) \quad \text{----(2-9)}$$

となる。各項の単位は  $\text{個} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$  である。

(2-9) の左辺の散乱流入項において上方散乱を考えない場合は、 $1 \leq h \leq g$  である。このとき

$$\sum_{h=1}^G \Sigma_{S_{h \rightarrow g}}(\mathbf{r}) \phi_h(\mathbf{r}) \rightarrow \sum_{h=1}^{g-1} \Sigma_{S_{h \rightarrow g}}(\mathbf{r}) \phi_h(\mathbf{r}) + \Sigma_{S_{g \rightarrow g}}(\mathbf{r}) \phi_g(\mathbf{r})$$

のように、「自群内散乱」を取り出して左辺に移項し、 $g$  群中性子の巨視的除去断面積[cm<sup>-1</sup>]を

$$\Sigma_{Rg}(\mathbf{r}) \equiv \Sigma_{tg}(\mathbf{r}) - \Sigma_{S_{g \rightarrow g}}(\mathbf{r}) \quad \text{-----(2-10)}$$

で定義すると、(2-9) は以下のようなになる。

$$-D_g(\mathbf{r}) \nabla^2 \phi_g(\mathbf{r}) + \Sigma_{Rg}(\mathbf{r}) \phi_g(\mathbf{r}) = \sum_{h=1}^{g-1} \Sigma_{S_{h \rightarrow g}}(\mathbf{r}) \phi_h(\mathbf{r}) + S_g^{ext}(\mathbf{r}) \quad \text{-----(2-11)}$$

$\Sigma_{tg}(\mathbf{r})$ 、 $D_g(\mathbf{r})$ 、 $\Sigma_{Rg}(\mathbf{r})$ 、 $\Sigma_{S_{h \rightarrow g}}(\mathbf{r})$  等を群定数という。事前に評価された群定数を用いて (2-9) または (2-11) を解き、中性子束  $\phi_g(\mathbf{r})$  を求める ( $g=1, 2, \dots, G$ )。

定義式から明らかなように、群定数を計算するためには中性子束  $\phi(\mathbf{r}, E)$  を知る必要がある。ところが、正にこの  $\phi(\mathbf{r}, E)$  がエネルギー依存の拡散方程式を多群法で解いて求めようとしていたものであるから、このままでは自己矛盾に陥る。これを避けるため、群定数を評価する際に必要な中性子束については  $\phi(\mathbf{r}, E) = R(\mathbf{r})\varphi(E)$ 、と変数分離し、群定数は中性子エネルギースペクトル  $\varphi(E)$  を重み関数とした群平均とする。例えば

$$\Sigma_{tg}(\mathbf{r}) \equiv \frac{\int_{E_g}^{E_{g-1}} \Sigma_t(\mathbf{r}, E) \varphi(E) dE}{\int_{E_g}^{E_{g-1}} \varphi(E) dE} \quad \text{-----(2-12)}$$

減速領域では  $\varphi(E) \sim 1/E$  (無限体系での減速方程式の解) を、熱中性子領域 ( $0 < E < \sim 5kT$ ) ではマクスウェル分布を仮定すれば十分である。

## 2-4 補足説明

### 2-4-1 散乱の微分断面積

群定数  $\Sigma_{tg}(\mathbf{r})$ 、 $D_g(\mathbf{r})$  を評価する際、減速材構成核種  $j$  の微視的全断面積  $\sigma_{tj}(E)$  や散乱断面積  $\sigma_{sj}(E)$  ( $j=^1\text{H}, ^{12}\text{C}$ ) が必要であるが、これらは適当な核データファイルにより与えられる。群間遷移断面積  $\Sigma_{S_{h \rightarrow g}}(\mathbf{r})$  を評価するためには、さらに散乱の微分断面積  $\sigma_{sj}(E' \rightarrow E)$  が必要である。以下、弾性散乱を例にとってこれを説明する (図 2-6)。

$\sigma_{sj}(E' \rightarrow E)$  は、核種  $j$  による弾性散乱で中性子が  $E'$  から  $E$  のまわりの単位エネルギー幅に遷移する微分断面積 (単位は例えば barn/eV) である。これと通常与えられる単位立体角 (重心系) あたりの微分断面積  $\sigma_{sj}(E', \mu_c)$  [barn/sr.] との関係は、エネルギー変化と散乱角の間に 1 対 1 の対応関係があることから次式のように表せる。

$$\sigma_{sj}(E' \rightarrow E) |dE| = 2\pi \sigma_{sj}(E', \mu_c) |d\mu_c|$$

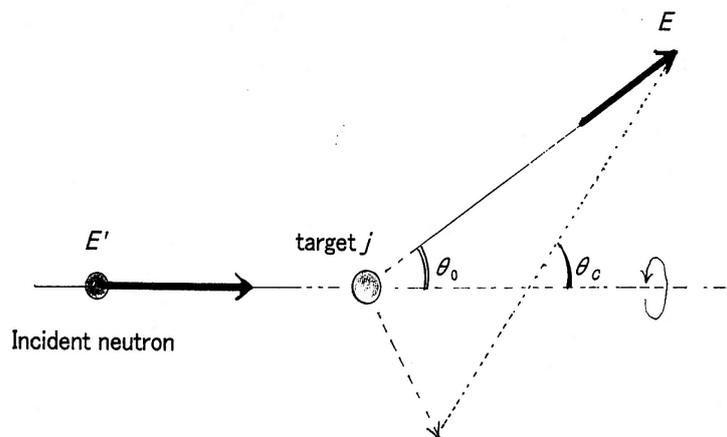


図 2-6. 原子核による中性子の弾性散乱.  $\theta_0$  ( $\theta_c$ ) は実験室系 (重心系) における散乱角.

ここで  $\mu_c$  は重心系における散乱角余弦であり、その可能な値は  $E'$  と  $E$  を指定すると一意的に

$$\mu_c = 1 - 2 \frac{E' - E}{(1 - \alpha)E'} \quad \text{-----(2-13)}$$

と定まる。<sup>2)</sup> ただし  $\alpha \equiv (A_j - 1)^2 / (A_j + 1)^2$ 、 $A_j$  は核種  $j$  の質量数である。従って

$$\sigma_{s_j}(E' \rightarrow E) = 2\pi \sigma_{s_j}(E', \mu_c) \left| \frac{d\mu_c}{dE} \right| = \frac{4\pi \sigma_{s_j}(E', \mu_c)}{(1 - \alpha)E'} \quad \text{-----(2-14)}$$

散乱角余弦の確率密度関数  $g_j(\mu_c)$  を用いると、 $\sigma_{s_j}(E', \mu_c) = \sigma_{s_j}(E') g_j(\mu_c) / 2\pi$  であるから

$$\sigma_{s_j}(E' \rightarrow E) = \frac{2\sigma_{s_j}(E') g_j(\mu_c)}{(1 - \alpha)E'}$$

散乱が重心系で等方的な場合には、 $g_j(\mu_c) = 1/2$  である。従って

$$\sigma_{s_j}(E' \rightarrow E) = \frac{\sigma_{s_j}(E')}{(1 - \alpha)E'} \quad \text{-----(2-15)}$$

## 2-4-2 散乱角の平均余弦

拡散係数  $D(\mathbf{r}, E)$  は巨視的「輸送断面積」を用いて、 $D(\mathbf{r}, E) = 1/3 \Sigma_{tr}(\mathbf{r}, E)$  で与えられる。混合物質に対する巨視的輸送断面積は次のように表される。<sup>2)</sup>

$$\Sigma_{tr}(\mathbf{r}, E) = \sum_j \left\{ \Sigma_{t_j}(\mathbf{r}, E) - \bar{\mu}_{0j} \Sigma_{s_j}(\mathbf{r}, E) \right\}$$

従って群定数  $D_g(\mathbf{r})$  を評価するためには、実験室系における散乱角の平均余弦  $\bar{\mu}_{0j}$  に関する報

が必要である ( $j = {}^1\text{H}, {}^{12}\text{C}$ )。以下、弾性散乱の場合について、 $\bar{\mu}_{0j}$  の評価法を説明する。

入射中性子エネルギーを  $E_i$ 、散乱後のエネルギーを  $E_f$  と書き換える。平均余弦は、まず、重心系における散乱角の確率密度関数  $g_j(\mu_c)$  を用いて

$$\bar{\mu}_{0j} = \int_{-1}^1 \mu_{0j} g_j(\mu_c) d\mu_c$$

散乱後のエネルギー  $E_f$  の確率密度関数を  $p_j(E_i \rightarrow E_f)$  とすると、 $p_j(E_i \rightarrow E_f) dE = g_j(\mu_c) d\mu_c$  であり、 $-1 \leq \mu_c \leq 1$  には  $\alpha E_i \leq E_f \leq E_i$  が対応するから

$$\bar{\mu}_{0j} = \int_{\alpha E_i}^{E_i} \mu_{0j} p_j(E_i \rightarrow E_f) dE_f \quad \text{-----}(2-16)$$

$E_i$  と  $E_f$  を指定すると、 $\mu_{0j}$  の可能な値は一意的に以下のように定まる。<sup>2)</sup>

$$\mu_{0j} = \frac{1}{2} \left[ (A_j + 1) \sqrt{\frac{E_f}{E_i}} - (A_j - 1) \sqrt{\frac{E_i}{E_f}} \right] \quad \text{-----}(2-17)$$

上の  $p_j(E_i \rightarrow E_f)$  の定義式と (2-13) (ただし式中の  $E'$  と  $E$  は  $E_i$  と  $E_f$  で置き換える) より、

$$p_j(E_i \rightarrow E_f) = \frac{2g_j(\mu_c)}{(1-\alpha)E_i} \quad \text{-----}(2-18)$$

となる。ただし  $\alpha E_i \leq E_f \leq E_i$  である。 $g_j(\mu_c)$  が与えられれば、(2-16)~(2-18) を用いて、平均余弦を計算評価することができる。

特に散乱が重心系で等方的な場合には  $g_j(\mu_c) = 1/2$  であるから、 $p_j(E_i \rightarrow E_f) = 1/(1-\alpha)E_i$  となる。ただし  $\alpha E_i \leq E_f \leq E_i$  である。これと (2-17) を (2-16) に代入し、積分を実行すると

$$\bar{\mu}_{0j} = \frac{2}{3A_j} \quad \text{-----}(2-19)$$

が得られる。

### 2-4-3 非増倍系と増倍系 —— 計算法の違い

本実験演習で取り扱うような核燃料を含まない所謂非増倍体系における中性子束の分布は、中性子源の強度及び空間分布によって完全に決まる。この場合、当然ながら、中性子源は既知として取り扱われる。

一方、原子炉のような増倍系の場合、通常は独立の中性子源は存在せず、核分裂反応が主たる中性子の発生源である。核分裂による中性子発生率は中性子束に依存し、この中性子束はま

さに拡散方程式を解いて求めようとしているものであるから、増倍系の解析では中性子源は未知のものとして取り扱わなければならない。

以下ではこれらのことを、一群拡散モデルを用い、簡単な体系を例にとって説明する。

まず核燃料を含まない半径  $R$  の球状の均質媒質の中心に強度  $S$  [個/s] の等方的な点状の中性子源がある場合を考える。時間を含まない拡散方程式は

$$-D \nabla^2 \phi(\mathbf{r}) + \Sigma_a \phi(\mathbf{r}) = S \delta(\mathbf{r}) \quad (2-20)$$

1次元球座標のラプラシアンを用い、 $D/\Sigma_a = L^2$  ( $L$  は拡散距離) と置き換え、境界条件を適用すると中性子束分布は次のように求まる：

$$\phi(r) = \frac{S}{4\pi D \sinh\left(\frac{R+d}{L}\right)} \frac{\sinh\left(\frac{R+d-r}{L}\right)}{r}$$

ただし  $R^*$  は外挿半径 ( $R$  + 外層距離) である。

このように中性子束分布は、その絶対値も含めて、体系の幾何学的条件や媒質の組成および中性子源によって完全に決定される。

今度は半径  $R$  の均質な球状の炉心を考える。『原子炉物理学』(エネルギー科学科3年後期)で学んだように、定常状態は系が臨界、すなわち各点で漏れ及び吸収による中性子の消失率と核分裂による中性子の発生率とが厳密に釣り合っている状態のときにのみ存在する。この釣り合いを式で書けば

$$-D \nabla^2 \phi(\mathbf{r}) + \Sigma_a \phi(\mathbf{r}) = \nu \Sigma_f \phi(\mathbf{r}) \quad (2-21)$$

この方程式を、 $B^2 \equiv (\nu \Sigma_f - \Sigma_a) / D$  とおいて次のように書き換える：

$$\nabla^2 \phi(\mathbf{r}) + B^2 \phi(\mathbf{r}) = 0 \quad (2-22)$$

一般解を求め、境界条件  $\phi(R^*) = 0$  を適用すると、上で定義したパラメータ  $B$  の取り得る値すなわち固有値  $B_n (= n\pi/R^*)$  とその固有関数  $\phi_n(\mathbf{r})$  が求まる。臨界状態の炉心では基本モード ( $n=1$ ) だけが定常のまま残り、高次モードは時間とともに減衰することが分かっている。<sup>2)</sup> その結果、中性子束分布は以下のようなになる。

$$\phi(r) = A \frac{\sin(\pi r / R^*)}{r}$$

**定数  $A$  は、炉心の組成や形状からは決まらない。** これは数学的には、(2-20) と違って (2-22) が斉次方程式であって、 $\phi(r)$  に任意の定数をかけたものも解になるということを意味している。 **$A$  は炉出力を指定すると確定する。**

臨界でない場合は、外部中性子源がなければ、中性子束分布の定常状態は存在しない。必ずしも臨界であるとは限らない炉心に対して「定常」計算を可能とするため、(2-21) の右辺の核分裂中性子源を  $1/k$  倍する：

$$-D \nabla^2 \phi(\mathbf{r}) + \Sigma_a \phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{k} \nu \Sigma_f \phi(\mathbf{r}) \quad (2-23)$$

臨界からそれほど離れていない場合には、この  $k$  の値を適切にとることにより（臨界未満のときは  $k < 1$ 、臨界超過のときは  $k > 1$ ）、どのような組成と寸法の炉心に対しても中性子束分布を求めることが可能になる。ただし、これは核分裂中性子発生率が  $1/k$  倍になったとしたときの分布である。 $B^2 \equiv [(1/k)v\Sigma_f - \Sigma_a]/D$  とおけば、解くべき方程式は (2-22) と同じ形になる。

(2-23) を  $k$  について「解く」と

$$k = \frac{v\Sigma_f\phi(\mathbf{r})}{-D\nabla^2\phi(\mathbf{r}) + \Sigma_a\phi(\mathbf{r})}$$

この式の分子は核分裂による単位時間単位体積あたりの中性子発生率、分母は単位時間単位体積あたりの漏れと吸収による中性子の消失率であるから、 $k$  は**中性子の実効増倍率を表す**ことが分かる。

## 参考文献

1) K. Shibata, et al., T. Asami, T. Yoshida, “Japanese Evaluated Nuclear Data Library Version 3 Revision3: JENDL-3.3”, J. Nucl. Sci. Technol. **39** (2002) 1125.

図 2-1 は上記を基に作成した。

2) 例えば、平川直弘・岩崎智彦 『原子炉物理入門』（東北大学出版会、2003年）。

第2章「中性子の空間的振舞い」で、輸送方程式から出発して拡散方程式が導かれている。弾性散乱による中性子減速過程の基本事項については第3章「中性子束のエネルギー分布」の始めのところで説明がなされている。

## 復習問題

多群拡散方程式：

$$-D_g(\mathbf{r})\nabla^2\phi_g(\mathbf{r}) + \Sigma_{t_g}(\mathbf{r})\phi_g(\mathbf{r}) = \sum_{h=1}^G \Sigma_{S_{h \rightarrow g}}(\mathbf{r})\phi_h(\mathbf{r}) + S_g^{ext}(\mathbf{r})$$

は中性子のエネルギー範囲を  $G$  個の小区間（エネルギー群）に分け、エネルギー依存の拡散方程式を区間  $[E_g, E_{g-1}]$  で積分することによって得られる ( $g=1, 2, \dots, G$ )。ここで  $\phi_g(\mathbf{r})$  と  $S_g^{ext}(\mathbf{r})$  はそれぞれ  $g$  群の中性子束と  $g$  群の外部中性子源であり、以下のように定義される。

$$\phi_g(\mathbf{r}) \equiv \int_{E_g}^{E_{g-1}} \phi(\mathbf{r}, E) dE, \quad S_g^{ext}(\mathbf{r}) \equiv \int_{E_g}^{E_{g-1}} S_{ext}(\mathbf{r}, E) dE$$

(1)  $\Sigma_{t_g}(\mathbf{r})$  は  $g$  群の巨視的全断面積である。その定義式を書け。 $\Sigma_{t_g}(\mathbf{r})$  は区間  $[E_g, E_{g-1}]$  における  $\Sigma_t(\mathbf{r}, E)$  の平均値とみなせることを、積分における平均値の定理により確認せよ。

- (2)  $g$  群拡散係数  $D_g(\mathbf{r})$  は、すべての方向について  $D(\mathbf{r}, E)$  が等しく、中性子束  $\phi(\mathbf{r}, E)$  が  $\mathbf{r}$  の関数と  $E$  の関数に分離できる場合には以下のように示せ。

$$D_g(\mathbf{r}) \equiv \frac{\int_{E_g}^{E_{g-1}} D(\mathbf{r}, E) \phi(\mathbf{r}, E) dE}{\phi_g(\mathbf{r})}$$

- (3) 散乱流入項 (右辺第2項) は、 $h$  群から  $g$  群への巨視的「群間遷移断面積」を以下のように定義することによって得られることを確認せよ。

$$\Sigma_{S_{h \rightarrow g}}(\mathbf{r}) \equiv \frac{\int_{E_g}^{E_{g-1}} \int_{E_h}^{E_{h-1}} \Sigma_S(\mathbf{r}, E' \rightarrow E) \phi(\mathbf{r}, E') dE' dE}{\int_{E_h}^{E_{h-1}} \phi(\mathbf{r}, E) dE} = \frac{\int_{E_g}^{E_{g-1}} \int_{E_h}^{E_{h-1}} \Sigma_S(\mathbf{r}, E' \rightarrow E) \phi(\mathbf{r}, E') dE' dE}{\phi_h(\mathbf{r})}$$

- (4) 群間遷移断面積  $\Sigma_{S_{h \rightarrow g}}(\mathbf{r})$  を評価するためには散乱の微分断面積  $\sigma_{S_j}(E' \rightarrow E)$  が必要である。これは核種  $j$  による散乱で中性子が  $E'$  から  $E$  のまわりの単位エネルギー幅内に遷移する微分断面積 (単位は例えば barn/eV) である。弾性散乱の場合、これと通常与えられる単位立体角 (重心系) あたりの微分断面積  $\sigma_{S_j}(E', \mu_C)$  (barn/sr.) との間には

$$\sigma_{S_j}(E' \rightarrow E) = 2\pi \sigma_{S_j}(E', \mu_C) \left| \frac{d\mu_C}{dE} \right| = \frac{4\pi \sigma_{S_j}(E', \mu_C)}{(1 - \alpha)E'}$$

の関係があることを示せ。

ただし  $\mu_C$  は重心系における散乱角余弦、 $\alpha \equiv (A_j - 1)^2 / (A_j + 1)^2$ 、 $A_j$  は核種  $j$  の質量数である。

### 3. 放射線検出器

本実験演習科目では、中性子の減速と拡散現象の理解を深めるために、中性子減速体系における中性子束分布を実際に測定する。中性子束分布の測定実験では、様々な放射線検出器を使用する。放射線は、 $\alpha$ 線、 $\beta$ 線や加速器などで発生される電子線などの運動エネルギーを有する荷電粒子と、光子（X線、 $\gamma$ 線）や中性子などの非荷電粒子に分類される。

荷電粒子が物質に入射した場合、入射荷電粒子と物質を構成する原子との電気的な相互作用により、原子/分子が電離あるいは励起される。通常の放射線の計数計測で使用されるガス計数管、シンチレーション検出器や半導体検出器は、入射荷電粒子による原子/分子が電離あるいは励起現象を利用している。

本章では、本実験で使用する放射線検出器について説明する。

#### 3.1. 電離箱

電離箱は、入射放射線の電離作用により物質中に生成された電子やイオンを、電極に収集する際に得られる電流や電圧の変化を検出信号とする放射線検出器である。一般的には、電離物質として気体を利用するが、液体を使用する場合もある。

図1に平行平板電極の間に電離物質として気体を充填した電離箱を示す。放射線が気体中を通過する際、その軌跡に沿って気体分子（原子）は電離され、電子とイオン（電子-イオン対）を生成する。気体原子では、1対の電子-イオン対を生成するのに必要なエネルギーは $W$ 値と呼ばれ約30eVである。入射放射線のエネルギー $E$ が電離に消費されたとき $N = E/W$ 個の電子イオン対が生成される。このとき、気体に電界を印加すると、生成した電子は正電極に、正イオンは負電極に向かって流動（ドリフト）するので、両電極に電荷が誘導される。このとき、抵抗 $R$ には電離電流が流れる。

放射線が連続して入射する場合において、抵抗 $R$ に流れる電流の時間平均値または積分値を測定する方式の電離箱を直流電離箱と呼ぶ。通常、入射放射線による1次電離電流は $10^{-14} \sim 10^{-15}$ Aと極めて少ない量となる。直流電離箱はこの微小電離電流を高感度の検流計で読み出す。電離箱は放射線による電離電流を直接読み出すので、X線や $\gamma$ 線に対する照射線量が得られる。そのような理由から直流電離箱は空間線量測定用サーベイメータとして使用される。

一方、パルス電離箱では、入射放射線の個々の粒子の電離により生成された多数の電子及びイオンの運動によって、抵抗 $R$ に流れるパルス状の電離電流を検出信号とする。信号パルスの計数値は入射放射線の強度を示す。また、信号パルスの波高値は入射放射線粒子のエネルギーに比例する。さらに、信号パルスの波形を解析することで、放射線粒子の種類、入射位置などの情報が得られる場合がある。

##### 3.1.1. 電離箱のパルスの発生と波形

パルス電離箱の検出信号であるパルス状の電離電流は、電荷収集型前置増幅器を使って読み出される場合が多い。図2に電荷収集型前置増幅器に接続されたパルス電離箱の検出信号の生成と読み出し過程の原理の概念図を示す。高電圧 $+V_{BIAS}$ が印加された電極から信号を読み出す前置増幅器が接続されているが、前置増幅器の入力段に使用する回路素子（通常はFET）

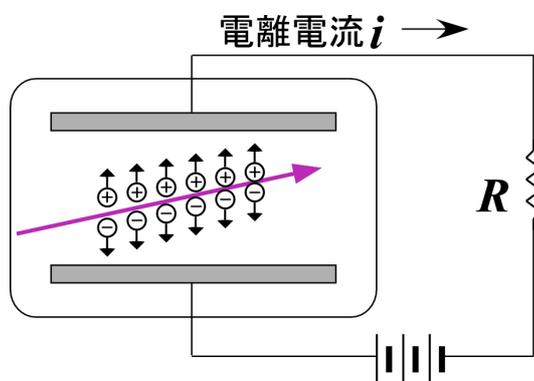


図1 平行平板型電離箱

を直流高電圧から保護するため結合コンデンサ  $C_c$  が挿入されている。前置増幅器は十分に大きい利得  $-A$  を有する負帰還回路である。電離箱で発生したパルス状の電流は、前置増幅器の容量  $C_f$  の帰還コンデンサーに電荷  $Q_d$  として蓄積され、波高値が  $Q_d/C_f$  の電圧パルスとして出力される。帰還容量に蓄積された電荷  $Q_d$  は抵抗値  $R_f$  の帰還抵抗によって時定数  $\tau = C_f R_f$  で放電される。様々なガスカウンターや半導体検出器などは、パルス電離箱と同様の信号生成過程を有する。

図 3 を用いて平行平板型電離箱の信号生成過程を述べる。図 3 では、パルス信号の生成に寄与しない高電圧と結合コンデンサは省略し、帰還コンデンサーと帰還抵抗は、前置増幅器の入力等価回路に変換している。時刻  $t = 0$  に、入射放射線により電離箱内の点 P に  $N$  個の電子-イオン対が生成されたとする。このとき、電子は正電圧に保持されている電極 A へ、イオンは電極 C へ向かってそれぞれ移動する。電離箱内の電界を一様とすると、電子とイオンそれぞれの移動速度  $v_e$  と  $v_i$  は一定であり、 $v_e \gg v_i$  である。電子とイオンがそれぞれの電極に集められたときに信号が発生するのではなく、電子とイオンがそれぞれの電極に向かって移動するときに電極に誘導される電荷が信号となる。時刻  $t$  において、信号電荷を回収する電極 A に電子とイオンの移動によって誘導される電荷をそれぞれ  $q_e(t)$  及び  $q_i(t)$  とすると、電極 A に誘導される全電荷は  $q_A(t) = q_e(t) + q_i(t)$  となる。電離箱の静電容量  $C_d$  に対して前置増幅器の入力コンデンサの容量  $(A+1)C_f$  は十分に大きく、誘導電荷  $q_A(t)$  は入力コンデンサから電極 A に補充されるので、入力コンデンサには  $-q_A(t)$  の電荷が蓄積されたことと同等になる。電子とイオンが電極に到達する時刻をそれぞれ、 $t_-$  及び  $t_+$  とする。帰還回路の電荷放電時定数を  $\tau \gg t_+$  と十分に長く取ると、利得が  $A \gg 1$  なので、前置増幅器から出力される信号電圧は、 $v_{out}(t) = q_A(t)/C_f$  となる。

前置増幅器から出力される信号電圧  $v_{out}(t)$  を求めるには、電極 A に電子とイオンの移動によって誘導される電荷  $q_A(t)$  を計算する必要がある。ここでは、Green の相反定理を使って  $q_A(t)$  の計算を行う。Green の相反定理では、 $n$  個の導体から構成される体系において、各導体に  $q_1, q_2, \dots, q_n$  を置いたときの電位をそれぞれ  $v_1, v_2, \dots, v_n$  とし、次に各導体に  $q'_1, q'_2, \dots, q'_n$  を置いたときの電位をそれぞれ  $v'_1, v'_2, \dots, v'_n$  とすると次の関係が成り立つ。

$$\sum_{i=1}^n q_i v'_i = \sum_{i=1}^n q'_i v_i \quad (1)$$

今、接地されている 2 つの電極 1 と電極 2 との間の点 R に電荷  $q$  を置いたとき、電極 1 と電極 2 に誘導される電荷をそれぞれ  $q_1$  及び  $q_2$  とする。  $q$  から出る全ての電気力線は電極 1 と 2

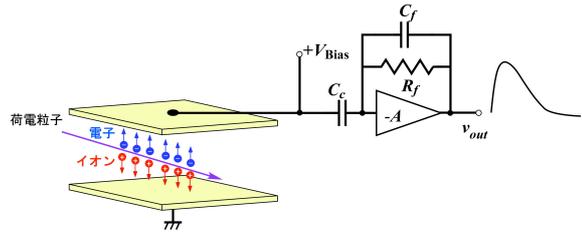


図 2 電荷有感型前置増幅器が接続された平行平板型電離箱の動作原理概念

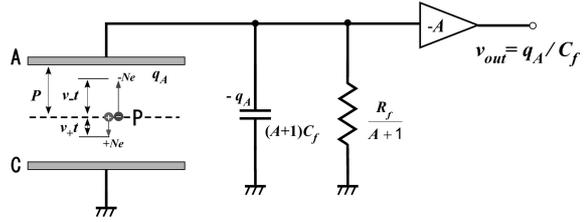


図 3 電荷有感型前置増幅器が接続された平行平板型電離箱のパルス信号形成過程

で終わるので、

$$q + q_1 + q_2 = 0 \quad (2)$$

の関係が成り立つ。このとき、電極 1、電極 2 の電位は 0 で点 R の電位は  $v_R$  である。次に、電位  $v'_R$  の点 R に電荷がないとき、つまり  $q' = 0$  のときに電極 1 の電荷と電位は  $v'_1$ ,  $q'_1$  で電極 2 の電荷と電位は  $q'_2$ ,  $v'_2$  であるとする、(1)式より

$$q_1 v'_1 + q_2 v'_2 + q_R v'_R = q'_1 v_1 + q'_2 v_2 + q'_R v_R = 0 \quad (3)$$

となる。(2)式と(3)式より  $q_1$  及び  $q_2$  を求めると

$$q_1 = \frac{v'_2 - v'_R}{v'_1 - v'_2} q \quad (4)$$

$$q_2 = -\frac{v'_1 - v'_R}{v'_1 - v'_2} q \quad (5)$$

となる。電極 1、電極 2 及び点 R を図 3 の電極 A、電極 C 及び点 P とすると、点 P に電荷  $q$  を置いたときに電極 A に誘導される電荷  $q_Q$  は

$$q_Q = -\frac{d-p}{d} q \quad (6)$$

となる。点 P で生成された  $N$  個の電子は時刻  $t$  には点 P から  $v_e t$  の距離だけ電極 A に近づく。 $N$  個の電子の電荷は  $-Ne$  であるので、(6)式より

$$q_e(t) = -\frac{d-(p-v_e t)}{d} (-Ne) = \frac{d-p+v_e t}{d} Ne \quad (7)$$

となる。一方、 $N$  個のイオンは時刻  $t$  には点 P から  $v_I t$  の距離だけ電極 A から離れるので

$$q_I(t) = -\frac{d-(p+v_I t)}{d} Ne = -\frac{d-p-v_I t}{d} Ne \quad (8)$$

となる。したがって、電極 A に電子とイオンの移動によって誘導される電荷は

$$q_A(t) = q_e(t) + q_I(t) = \frac{(v_e + v_I)t}{d} Ne, \quad v_{out}(t) = \frac{(v_e + v_I)t}{dC_f} Ne \quad (9)$$

となる。 $v_e \gg v_I$  であるので、電子が電極 A に到達した時刻  $t_-$  では、 $v_e t_- = p$ 、 $v_I t_- = 0$  となる。

したがって、 $q_A(t_-) = \frac{p}{d} Ne$  となり、となる。 $t_- < t$  の時間領域では

$$q_A(t) = \frac{p+v_I t}{d} Ne, \quad v_{out}(t) = \frac{p+v_I t}{dC_f} Ne \quad (10)$$

である。イオンが電極 C に到達した時刻  $t_+$  では  $v_I t_+ = d-p$  であるので、 $v_{out}(t_+) = \frac{Ne}{C_f}$  を得る。

$t_+ < t$  の時間領域では、 $v_{out}(t)$  は時定数  $\tau = C_f R_f$  で指数関数的に 0 電位に戻る。 $v_{out}(t)$  の変化の様子を図 4 に示す。

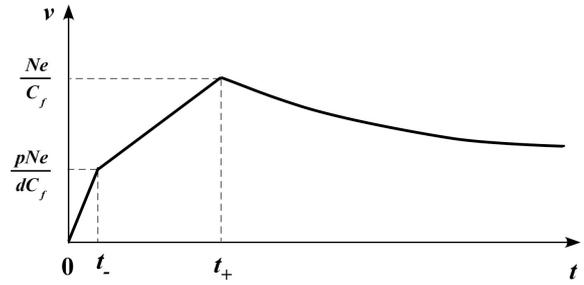


図 4 出力パルス信号の波形

次に円筒型電離箱の場合を考えよう。図5に示すような陽極芯線Aと陰極円筒Cの半径がそれぞれ $r_A$ 及び $r_C$ の円筒型電離箱の点Pに電荷 $q$ を置く。平行平板の場合と同様に、(4)式の導出における電極1、電極2及び点Rを図5の電極A、電極C及び点Pとする。円筒型電離箱内の電界の強さは $E(r) = V_0 / [r \ln(r_C/r_A)]$ で与えられるので、電極Aに誘導される電荷 $q_Q$ は

$$q_Q = - \frac{\ln \frac{r_C}{r_P}}{\ln \frac{r_C}{r_A}} q \quad (11)$$

となる。平行平板型電離箱と同様に、時刻 $t = 0$ に、入射放射線により電離箱内の点Pに $N$ 個の電子-イオン対が生成されたとする。このとき、電子は正電圧に保持されている電極Aへ、イオンは電極Cへ向かってそれぞれ $v_e$ と $v_I$ の速度 ( $v_e \gg v_I$ ) で移動する。 $v_e$ と $v_I$ は電界の強さと充填ガスの圧力の比に依存する。時刻 $t$ には点Pで生成された $N$ 個の電子は点Pから $\Delta r_e(t)$ の距離だけ電極Aに近づき、 $N$ 個のイオンは点Pから $\Delta r_I(t)$ の距離だけ電極Aから離れるので、電極Aに電子とイオンの移動によって誘導される電荷は

$$q_A(t) = - \frac{\ln \frac{r_C}{r_P - \Delta r_e(t)}}{\ln \frac{r_C}{r_A}} (-eN) - \frac{\ln \frac{r_C}{r_P + \Delta r_I(t)}}{\ln \frac{r_C}{r_A}} eN = \frac{\ln \frac{r_P + \Delta r_I(t)}{r_P - \Delta r_e(t)}}{\ln \frac{r_C}{r_A}} eN \quad (12)$$

となる。 $v_e \gg v_I$ であるので、電子が電極Aに到達した時刻 $t_-$ では、 $r_P - \Delta r_e(t_-) = r_A$ 、 $\Delta r_I(t_-) = 0$ となる。したがって、 $q_A(t_-) = \frac{\ln(r_P/r_A)}{\ln(r_C/r_A)} Ne$ となり、 $v_{out}(t_-) = \frac{\ln(r_P/r_A)}{\ln(r_C/r_A)} \frac{Ne}{C_f}$ となる。 $t_- < t$ の時間領域では

$$q_A(t) = \frac{\ln[r_P + \Delta r_I(t)]/r_A}{\ln r_C/r_A} eN, \quad v_{out}(t) = \frac{\ln[r_P + \Delta r_I(t)]/r_A}{\ln r_C/r_A} \frac{eN}{C_f} \quad (13)$$

である。イオンが電極Cに到達した時刻 $t_+$ では $r_P + \Delta r_I(t_+) = r_C$ であるので、 $v_{out}(t_+) = \frac{Ne}{C_f}$ を得る。 $t_+ < t$ の時間領域では、 $v_{out}(t)$ は時定数 $\tau = C_f R_f$ で指数関数的に0電位に戻る。検出信号のパルス波高値に対する電子とイオンの寄与をそれぞれ $v_e$ 及び $v_I$ とすると、

$$\frac{v_I}{v_e} = \frac{v_{out}(t_+) - v_{out}(t_-)}{v_{out}(t_-)} = \frac{\ln(r_C/r_P)}{\ln(r_P/r_A)} \quad (14)$$

となる。

### 3.2. 比例計数管

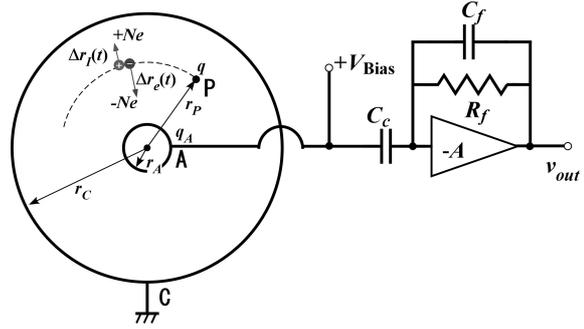


図5 円筒型電離箱の動作概念

図 5 に示すような円筒型電離箱に  $\alpha$  線と  $\beta$  線を照射した場合の、電極間に印加する電圧と信号電荷となるイオン数の関係を図 6 に示す。電圧が低い領域では放射線による電離で生成された電子とイオンが電極に到達する前に再結合する。この領域を再結合領域と呼ぶ。次に電子とイオンが再結合することなく電極に到達する飽和領域になる。この飽和領域において電離箱として動作する。

さらに電圧を上げると、一次電離で生成された電子が  $10^6 \sim 10^7$  V/m という強い電界によりガス中の原子や分子との衝突の間にそれらをイオン化するのに十分な運動エネルギーを得る。この二次電離が連鎖的に続くと、電子とイオンのなだれ（タウンゼントなだれ）にまで発達する。この過程で生成された電荷量が一次電離で得られる信号電荷  $Ne$  の  $M$  倍になる場合、電極 A に誘導される信号電荷は  $q_A(t_+) = MNe$  となり、信号のパルス波

高値は  $v_{out}(t_+) = MNe/C_f$  が得られる。この  $M$  をガス増幅率と呼ぶ。ガス増倍率  $M$  の値が  $Ne$  の多寡に係らず一定の値である印加電圧の領域は、出力信号のパルス波高値が  $Ne$  に比例する。したがって、この領域を比例領域と呼ぶ。比例計数管はこの領域で動作する計数管である。

比例領域よりさらに印加電圧を上げるとガス増倍率  $M$  の値が増加して、 $Ne$  の値に依存しなくなる。この領域をガイガー・ミュラー領域と呼び、GM 計数管として利用される。

比例計数管ではタウンゼントなだれは電界が非常に強い領域、すなわち陽極芯線 A のごく近傍で発生する。つまり、信号電荷  $MNe$  は陽極芯線 A のごく近傍で生成されることになる。計数管内の電子の平均自由行程を  $\lambda$  とすると、A の表面から  $\lambda$  の数倍程度 ( $k$  倍とする) の位置  $r_p = r_A + k\lambda$  でタウンゼントなだれは発生する。このとき、 $r_A \gg k\lambda$  として (14) 式を用いて検出信号のパルス波高値に対する電子とイオンの寄与を比較すると

$$\frac{v_I}{v_e} = \frac{\ln\left[\frac{r_C}{(r_A + k\lambda)}\right]}{\ln\left[\frac{(r_A + k\lambda)}{r_A}\right]} \approx \frac{\ln(r_C/r_A)}{k\lambda/r_A} \quad (15)$$

となる。例えば  $r_C = 20$  mm、 $r_A = 0.1$  mm、 $k\lambda = 0.02$  mm とすると  $v_I/v_e \approx 25$  程度となり、イオンの移動によるパルス波高値への寄与が大きいことがわかる。検出パルスの立ち上がり時間は、なだれで発生したイオン群は電極 A の近傍から電極 C へ向かって移動する時間に依存する。典型的な立ち上がり時間は数 ms から数 10ms である。電子が電極 A に到達する時間は非常に速く、電子誘導による成分だけの場合はパルスの立ち上がり時間は数 ns から数 10ns となる。しかし、パルス波高値が低くなるので計数管内のガス圧を低くするなどの工夫が必要である。

### 3.3. シンチレーション検出器

物質に入射した荷電粒子のエネルギー付与による励起に伴う発光をシンチレーション光と呼ぶ。シンチレーション検出器は、シンチレーション光を利用して放射線粒子の計数やエネルギーの測定を行う装置である。図 7 に示すように、シンチレーション検出器は、入射荷電粒子のエネルギー付与を可視光に変換する物質はシンチレータと、シンチレータで発光した

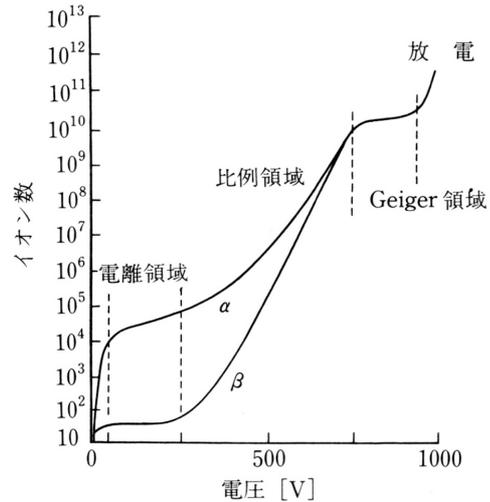


図 6 円筒型電離箱に  $\alpha$  線と  $\beta$  線を照射した場合の、電極間に印加する電圧と信号電荷となるイオン数の関係

可視光を電気信号に変換する光電子増倍管やフォトダイオード等の受光装置で構成される。シンチレータの材料としては、無機結晶、有機化合物、ガス等があり、発光機構はそれぞれの材料により異なる。

シンチレーション検出器で $\gamma$ 線を検出する場合、原子番号が大きく高密度のシンチレータを用いると検出感度が高くなる。一般的には、ハロゲン化アルカリ結晶にカラーセンターや活性センターとなる不純物をドーピングした無機結晶シンチレータであるNaI(Tl)が使用される。不純物をドーピングしたハロゲン化アルカリ結晶のエネルギーバンド構造を図8に示す。ハロゲン化アルカリ結晶は、価電子帯は完全に充満し伝導帯が完全に空である絶縁体で、価電子帯と伝導帯の間には5~10eVのエネルギーギャップがある。結晶格子にドーピングされた不純物は、エネルギー的に伝導帯と価電子帯の間に局在し、付加的なエネルギー帯を作る。活性化センターとして機能する。荷電粒子により結晶格子に付与されたエネルギーの一部は次のような過程によりシンチレーション光となる。

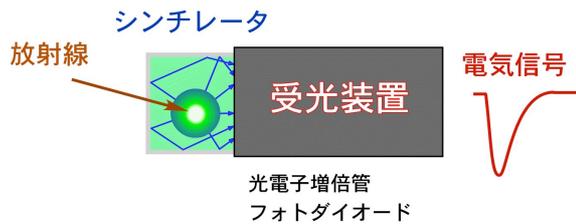


図7 シンチレーション検出器の構成

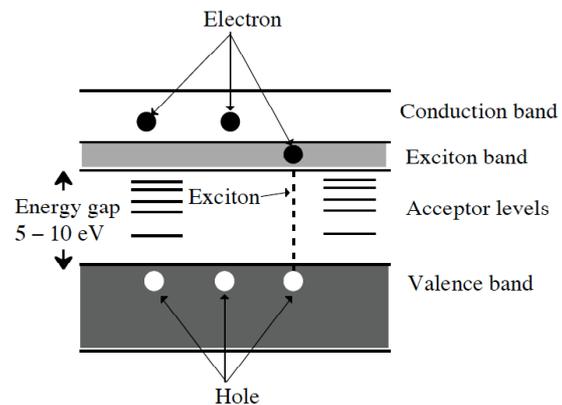


図8 不純物をドーピングしたハロゲン化アルカリ結晶のエネルギーバンド構造

a) 入射荷電粒子のエネルギー付与がバンドギャップより大きい場合、価電子帯の電子が伝導帯へと励起する。このような電子-正孔対の励起により伝導帯電子と価電子帯の正孔は自由に移動するので、電気伝導性を示す。励起された伝導帯電子が最終的に価電子帯正孔と再結合する際に光子を放出する。

b) 価電子帯電子に付与されたエネルギーがバンドギャップより小さい場合、励起された電子は価電子帯の正孔に静電エネルギーにより束縛される(このような電子正孔対の結合状態をエキシトンという)。エキシトンも自由電子と同様に結晶内を自由に移動することができる。移動しているエキシトンは活性化センターと衝突し、エキシトンの結合エネルギーを伝達する。活性化センターに伝達されたエキシトンエネルギーは、フォノン(格子振動)や発光として結晶格子に渡され緩和する。

シンチレータが $\gamma$ 線を検出したときには、図7の受光装置から $\gamma$ 線のエネルギーに比例したパルス波高を有する検出信号パルスが発生する。

### 3.4. 高純度ゲルマニウム半導体検出器

半導体検出器は、有感領域である空乏層に入射した放射線のエネルギー付与により生成された電子-正孔対の電荷を検出信号とする。電離箱、比例計数管及びシンチレーション検出器などの放射線検出器と比較してエネルギー分解能が優れている。その理由は、一对の電子-正孔対を生成するのに必要なエネルギー $\epsilon$ が3eV程度であり、同じエネルギーの放射線を検出したときの検出信号パルス波高値がガス電離箱に対して約10倍大きいためである。

通常使用される半導体検出器は、シリコン(Si)やゲルマニウム(Ge)を材料として、空乏層を作り出す方式の違いにより、pn接合型、表面障壁型、Liドリフト型、及び高純度型に分類される。 $\alpha$ 線などの荷電粒子や低エネルギーのX線などの物質中の飛程が比較的短い放射線の検出には、Siのpn接合型や表面障壁型半導体検出器が使用される。一方、 $\gamma$ 線のように

透過力が大きな放射線を測定するためには、空乏層の厚さを十分に厚くする必要があるが、通常純度の Si や Ge を材料とした場合、空乏層の厚さを 3mm 以上にするには困難である。不純物濃度  $N$ 、誘電率  $\epsilon$  のバルク半導体に逆電圧  $V$  を印加したときの空乏層の厚さ  $d$  は

$$d = \sqrt{\frac{2\epsilon V}{eN}} \quad (16)$$

で与えられる。ここで、 $e$  は素電荷である。(16)式より、1kV 以下の印加電圧で 10mm 以上の空乏層厚を得るには、不純物濃度が  $10^{10}$  原子/cm<sup>3</sup> 以下の半導体を作製する必要がある。近年、非常に高純度の Ge 半導体作製技術が開発され、この高純度 Ge を使った HPGe 半導体検出器は  $\gamma$  線スペクトロスコピー計測に利用されている。

本実験で使用する HPGe 半導体検出器は図 9 に示すような同軸円筒型の形状を有している。結晶の直径と長さはそれぞれ 58.7mm と 50.0mm である。検出器として動作する領域は高純度 p 型 Ge 結晶であり、結晶外側には極性が正の高電圧 (最高 4000V) を印加するために  $n^+$  電極が作られている。この電極のために、厚さ 0.7mm の不感層が存在する。信号を読み出すための電荷有感型前置増幅器は中心電極に接続される。入射  $\gamma$  線は光電効果やコンプトン効果などで高速で運動する電子に変換される。高速電子のエネルギー付与により空乏層において生成された電子-正孔対が、電界により正及び負電極へ向かってそれぞれ移動する際に各電極に誘導される電荷が信号電荷となる。平行平板型電離箱と同様に、半導体検出器の信号電荷は電荷有感型前置増幅器で電圧パルス信号へと変換される。

300K における Ge 半導体のバンドギャップ  $E_g$  は 0.665eV であるので、室温では熱励起した伝導電子による漏れ電流が大きく検出器として使用することはできない。漏れ電流による雑音を抑制し、半導体検出器を優れたエネルギー分解能で動作するために、図 10 に示すように 77K の液体窒素デューワーに挿入した銅棒の伝導により HPGe 検出器を冷却する。検出器取り付け部の詳細を図 11 に示す。

### 3.5. $\gamma$ 線スペクトロスコピー

$\gamma$  線光子は電荷がないので、物質中を通過する際に直接電離や直接励起を起こさない。したがって、 $\gamma$  線を検出するためには、 $\gamma$  線光子と物質の相互作用である「光電効果」、「コン

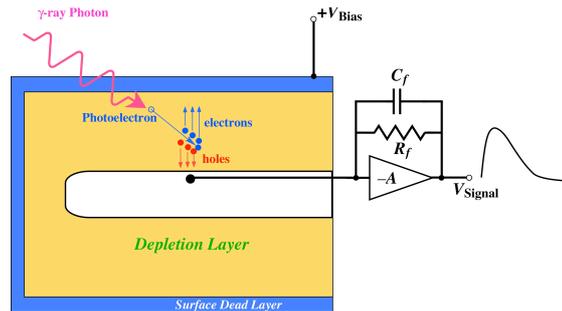


図 9 HPGe 半導体検出器概念図

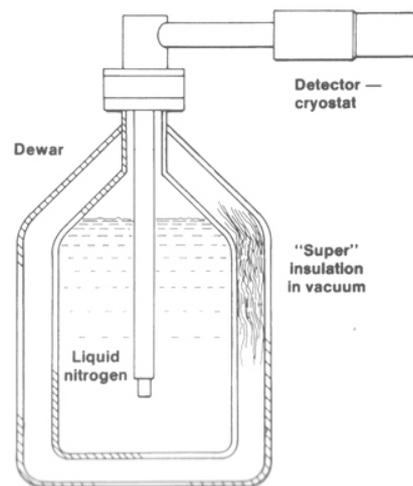


図 10 液体窒素デューワーに取り付けた HPGe 半導体検出器

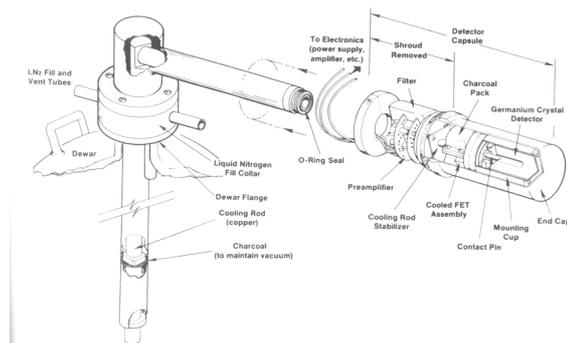


図 11 HPGe 半導体検出器クライオスタット

「pton散乱」及び「電子対生成」で発生する高速電子のエネルギー付与を利用する必要がある。 $\gamma$ 線との相互作用で発生した電子のエネルギー付与から入射 $\gamma$ 線のエネルギーを計測する。

### 3.5.1. エネルギー分解能

半導体検出器をパルスモードで動作するとき、検出信号となる電子-正孔対の電荷は電荷有感型前置増幅器により、電圧パルスとして出力される。この検出信号のパルス波高値は、入射放射線により検出器内に付与されたエネルギーに比例する。入射粒子のエネルギー測定を行う場合、単一エネルギーを有する粒子を測定したときに得られるパルス波高分布中の入射粒子の全エネルギーピークの幅が検出器のエネルギー分解能を与える。図12に例を示す。この図において、パルス波高分布のピーク値の半分における幅 $\Gamma = \Delta E$ を半値幅(Full Width at Half Maximum: FWHM)と呼ぶ。エネルギーを計測する検出器の入射粒子の異なるエネルギーを弁別する能力をエネルギー分解能と称し、通常FWHMの値が使われる。

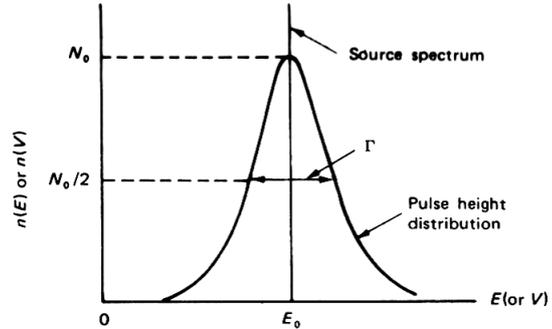


図12 全エネルギーピークと半値幅

単一エネルギーの粒子をゲルマニウム半導体検出器で検出する場合を考える。温度が0Kと300KにおけるGe半導体のバンドギャップ $E_g$ は、それぞれ、0.746eV及び0.665eVである。しかしながら、粒子の検出信号となる電子-正孔対を1対生成するのに必要な平均エネルギー $w$ は、検出器動作温度77Kにおいて2.96eVである。 $E_g$ と $w$ の値の違いは、入射粒子により半導体中に付与されたエネルギーの一部が、電子-正孔対の生成に寄与しない過程で消費されたことによる。このような過程で消費されたエネルギーは検出信号のパルス波高に全く含まれない。エネルギー $E$ が検出器に付与されたときに生成される電子-正孔対の平均数は $E/w$ である。電子-正孔対の生成過程が完全な確率現象であると仮定すると、Poisson分布が適用でき、電子-正孔対の生成数の標準偏差は

$$\sigma = \sqrt{\frac{E}{w}} \quad (17)$$

で与えられる。経験的には、実際に観測されるパルス波高分布の幅は(17)式で与えられる幅より狭くなる。ファノ因子 $F$ は、観測された統計的揺らぎを表すパラメーターで次のように定義される。

$$F = \frac{(\text{standard deviation of the number of pairs produced})^2}{\text{number of pairs produced}}$$

(17)式より

$$\sigma = \sqrt{\frac{FE}{w}} \quad (18)$$

となる。 $F=0$ の場合は電子-正孔対の生成過程において統計的揺らぎが全くない場合、すなわち付与されたエネルギーが全て電子-正孔対の生成に消費されることを意味する。一方、 $F=1$ の場合は、電子-正孔対の生成がPoisson分布に従うことを示す。半導体検出器のファノ因子の値は0.06まで低くなるという報告もあるが、通常0.1程度である。ガス検出器の場合は0.2から0.5の間の値をとる。

1対の電子-正孔対の生成に必要なエネルギーは $w$ であるので、図に示すようなガウス分布における半値幅 $\Delta E$ は標準偏差 $\sigma$ を使うと

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{2\sqrt{2\ln 2}\sigma}{N} \text{ となるので、}$$

$$\Delta E = 2\sqrt{2\ln 2}\sigma E/N = 2.355w\sigma$$

$$= 2.355w\sqrt{FE/w} = 2.355\sqrt{wFE}$$

と表すことができる。通常の半導体検出器は  $w \approx 3\text{eV}$ 、 $F < 0.1$  であり、ガス入り検出器は  $w \approx 30\text{eV}$ 、 $F \approx 0.2$  なので、半導体検出器の方がエネルギー分解能に優れる。

実際の計測で得られる全エネルギーピークの半値幅には、検出器で生成される電子-正孔対の数の統計的揺らぎ  $\sigma$  に加えて、電荷有感型前置増幅器における信号電荷収集の不完全さ  $\sigma_x$  や電子雑音  $\sigma_e$  などが加わるので、

$$\Delta E = 2.355w\sqrt{\sigma^2 + \sigma_x^2 + \sigma_e^2}$$

となる。HPGe 半導体検出器と同様に厚い空乏層を得ることができる Li ドリフト型 Ge 半導体検出器と NaI(Tl) シンチレーション検出器の  $\gamma$  線スペクトル測定の比較例を図 13 に示す。

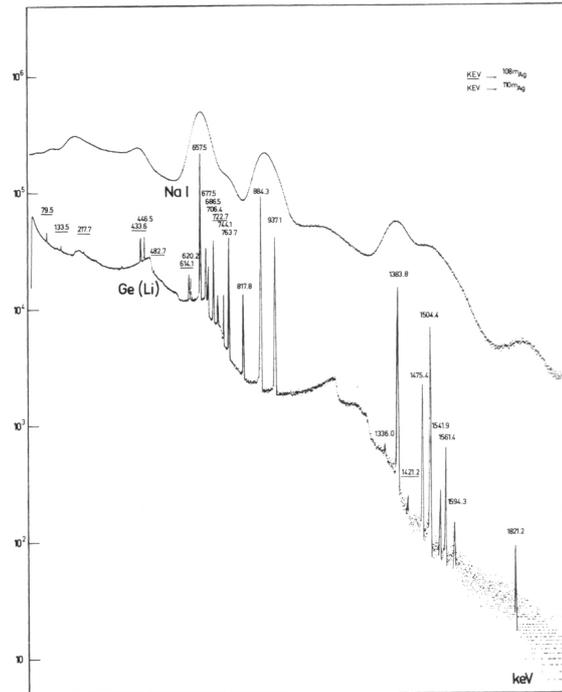


図 13 Ge 半導体検出器と NaI(Tl) シンチレーション検出器で得られた  $\gamma$  線スペクトルの例

### 3.5.2. 計数の誤差

原子核の崩壊や原子核反応などによる放射線の発生は確率事象である（量子力学的事象は確率現象）。したがって、検出器により放射線を検出するとき、一定時間内のカウント数  $n$  は、平均値を中心として揺らぎを示す。この揺らぎはポアソン分布に従うが、一般に  $n > 15$  の場合はガウス分布になる。

カウント数が  $n$  の時の統計誤差として、 $n$  を平均値とするガウス分布（ポアソン分布）の標準偏差  $\sigma = \sqrt{n}$  を取り、実験で得られたカウント数は誤差を含めて

$$n \pm \sqrt{n} \text{ カウント}$$

と表示される。これは、 $n$  の平均値が  $n + \sqrt{n}$  と  $n - \sqrt{n}$  の間にある確率が 68%程度であることを意味する。

### 3.5.3. $\gamma$ 線を検出したときのパルス波高分布

NaI(Tl) シンチレータや半導体検出器に入射した  $\gamma$  線光子は、検出器を構成する結晶原子と相互作用して高速電子を発生させる。高速電子を発生させる相互作用は主として、光電効果、コンプトン散乱及び電子対生成である。入射  $\gamma$  線のエネルギーが電子の静止エネルギーの 2 倍である 1.02MeV 以下の場合には、電子対生成は起こらない。このようにして発生した高速電子はシンチレータ結晶や半導体の空乏層領域においてエネルギーを付与し、検出信号となる多数のシンチレーション光子や電子-正孔対を生成する。

このとき重要なことは、検出信号である光電子増倍管やパルス電圧の波高値は半導体結晶で発生した高速電子のエネルギー付与に比例する。検出器の有感領域が十分に大きい場合は、有感領域で発生する電子の全エネルギーが付与されるので、図 14 に示すようなパルス波高分布になる。

一方、通常使用する中型検出器に  $\gamma$  線が入射した場合は、入射する  $\gamma$  線が 1.02MeV より高エネルギーか低エネルギーかによりパルス波高分布が異なる。図 15 にその例を示す。入射  $\gamma$

線が 1.02MeV より高エネルギーの場合に電子対生成により、電子-陽電子対が生成される。エネルギーが低くなった陽電子は周囲の自由電子と結合し消滅するときに、エネルギーが 0.511MeV の  $\gamma$  線を 2 本反対方向に放射する。これを消滅  $\gamma$  線と呼ぶ。この 2 本の消滅  $\gamma$  線の内 1 本の  $\gamma$  線が検出器から出て行く場合をシングルエスケープ、2 本とも出て行く場合をダブルエスケープと呼ぶ。シングルエスケープピークとダブルエスケープピークはそれぞれ

$h\nu - m_e c^2$  および  $h\nu - 2m_e c^2$  の位置に現れる。

### 【演習問題】

1. (6)式と(11)式を導出せよ。
2. 図 5 で  $r_C = 20 \text{ mm}$ 、 $r_A = 0.05 \text{ mm}$  のとき、電子-イオン対が  $r_p = 10 \text{ mm}$  で発生した。電離箱として動作するとき、検出信号のパルス波高値に対する電子とイオンの寄与の比を求めよ。
3. エネルギーが 5.0 MeV の  $\alpha$  粒子を Si 半導体検出器とアルゴンガスが充填された電離箱で検出した。それぞれの場合のエネルギー分解能を計算せよ。ファノ因子は 0.1 とせよ。
4. 2.0 MeV の単色  $\gamma$  線を中型の半導体検出器で計測したときに得られたエネルギースペクトルには (a) 光電ピーク、(b) コンプトン端 が明瞭なコンプトン連続部及び (c) 電子対生成に伴うシングルエスケープピークとダブルエスケープピーク が含まれる。このときのエネルギースペクトルを図示し、(a)、(b) 及び (c) それぞれに対応するエネルギーの値を MeV 単位で図中に明示せよ。

次に、同じ中型の半導体検出器でエネルギーが 500keV の単色  $\gamma$  線を計測した場合のエネルギースペクトルはどのように変化するか。概略図を描き、その理由を述べよ。

### 【参考文献】

Glenn F. Knoll 著、木村逸郎、阪井英次訳：放射線計測ハンドブック(第3版)、日刊工業新聞社(2001)

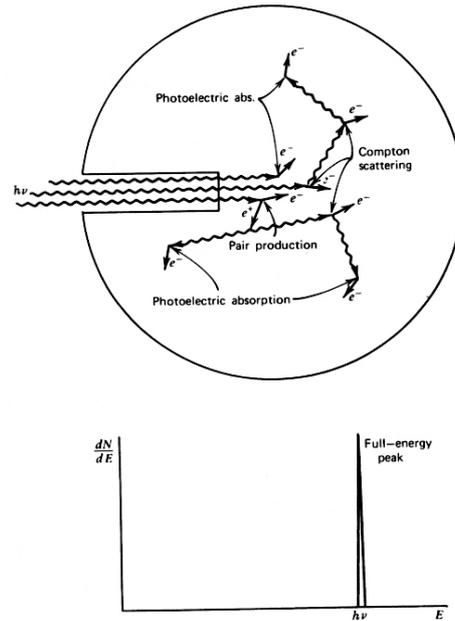


図 14 有感領域が十分に大きい検出器に  $\gamma$  線が入射した場合のパルス波高分布

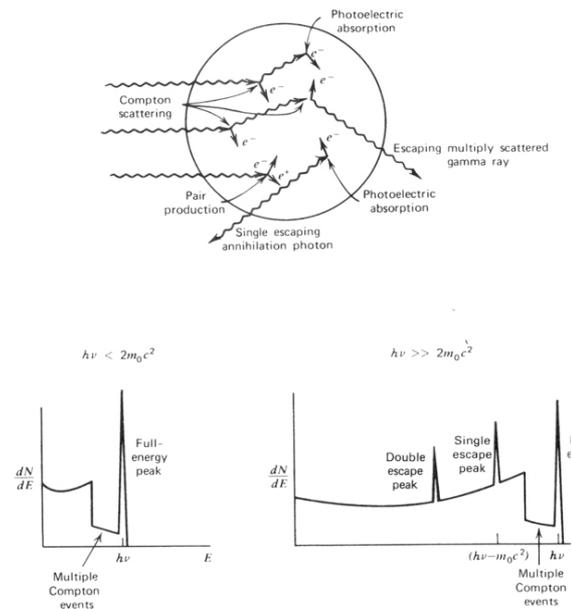


図 15 有感領域が中型の検出器に  $\gamma$  線が入射した場合のパルス波高分布

## 4 中性子測定法

中性子は電荷を持たないため、他の標的物質との核反応によって荷電粒子に変換してから間接的に中性子を検出することが多い。中性子と標的物質との核反応の断面積は、中性子のエネルギーに大きく依存するので、中性子の測定法は測定対象となる中性子のエネルギーによって異なる。日本で利用されている原子炉は、ほとんどが熱中性子炉と呼ばれる種類のものであり、原子炉内の熱中性子束の分布を精度よく測定することは、原子炉の特性を適切に評価する上で大変重要である。また、原子炉周辺環境における放射線安全管理においても、熱中性子測定技術が重要な役割を果たしている。そこでこの章では、特に熱中性子の測定法について述べる。

### 4. 1 放射化法

#### 4. 1. 1 放射化法の原理

金や銅などの原子核は、低エネルギー中性子の捕獲断面積が大きく、捕獲した後二次放射線として $\gamma$ 線や $\beta$ 線を放出する。これら二次放射線の強度（単位時間あたりに放出される数）は、その原子核を照射した中性子の数に比例するので、生成した放射能（誘導放射能）を通じて間接的に中性子を測定することができる。測定に際しては、誘導放射能の半減期を考慮に入れて照射時間と測定時間の補正をする。また照射試料は、測定対象となる中性子場を乱すことの無いよう、箔または細線の形で使用することが多い。表 4-1 に、放射化法でよく用いられる物質を示す。

放射化法の長所としては、照射試料が小さいため測定対象の中性子場を乱さず空間分解能が良いこと、中性子束の測定精度がよいことがあげられる。一方短所は、エネルギー分解能が悪いこと、試料の照射から測定、中性子束の算出までに一定の時間がかかるため、オンライン測定ができないことなどである。

次に、誘導放射能と中性子束の関係を考える。中性子反応の断面積は一般にエネルギーに依存する。今、注目する反応の断面積を $\sigma(E)$ 、エネルギー $E$ の中性子束を $\phi(E)$ とすれば、単位時間あたりの反応の個数（放射化反応率） $R$ は、

$$R = N \int_0^{\infty} \sigma(E) \phi(E) dE \quad (4-1)$$

である。ただし、 $N$ は着目している原子核の照射試料中における個数である。 $N$ は、標的物質の質量数を $A$ 、照射試料の質量を $M$ 、アボガドロ数を $N_A$ とすれば、 $N = (M/A)N_A$ で与えられる。また、照射試料は十分薄い（または細い）ものとして、その内部での中性子の減衰や、それによる中性子束の乱れは無いものとする。

放射化によって生成される放射能の崩壊定数を $\lambda$ とすると、生成される放射性物質の原子核の個数 $n$ は次の微分方程式を満足する。

$$\frac{dn}{dt} = R - \lambda n \quad (4-2)$$

表 4-1 放射化法でよく用いられる物質

元素	同位元素存在比 (%)	熱中性子放射化断面積	誘導放射能	半減期
マンガン	<sup>55</sup> Mn (100)	13.2 ± 0.1	<sup>56</sup> Mn	2.58 h
コバルト	<sup>59</sup> Co (100)	16.9 ± 1.5	<sup>60m</sup> Co	10.4 m
		20.2 ± 1.9	<sup>60</sup> Co	5.28 y
銅	<sup>63</sup> Cu (69.1) <sup>65</sup> Cu (30.9)	4.41 ± 0.20	<sup>64</sup> Cu	12.87 h
		1.8 ± 0.4	<sup>66</sup> Cu	5.14 m
銀	<sup>107</sup> Ag (51.35) <sup>109</sup> Ag (48.65)	45 ± 4	<sup>108</sup> Ag	2.3 min
		3.2 ± 0.4	<sup>110m</sup> Ag	253 d
インジウム	<sup>113</sup> In (4.23)   <sup>115</sup> In (95.77)	56 ± 12	<sup>114m</sup> In	49 d
		2.0 ± 0.6	<sup>114</sup> In	72 s
		160 ± 2	<sup>116m</sup> In	54.12 m
		42 ± 1	<sup>116</sup> In	14.1 s
ジスプロシウム	<sup>164</sup> Dy (28.18)	2000 ± 200	<sup>165m</sup> Dy	1.3 m
		800 ± 100	<sup>165</sup> Dy	140 m
金	<sup>197</sup> Au (100)	98.5 ± 0.4	<sup>198</sup> Au	2.695 d

$t = 0$  から定常的な中性子の場で照射を開始したとすると、 $t$  秒間照射した後の  $n$  は、

$$n(t) = \frac{R}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t}) \quad (4-3)$$

となる。 $n$  個の放射性物質による放射能は  $A = \lambda n$  であるから、時刻  $t$  における放射能は、

$$A = \lambda n(t) = R(1 - e^{-\lambda t}) \quad (4-4)$$

となる。また、十分照射したときの放射能は  $t \rightarrow \infty$  としたときの放射能、

$$A_s = R \quad (4-5)$$

に次第に近づいていくことが分かる。この  $A_s$  を飽和放射能と呼ぶ。

実際の実験では、図 4-1 のように、 $t = 0$  から  $t = t_0$  までの間に中性子を照射し、 $t = t_0$  から  $t = t_1$  の間に測定の準備をして  $t_1$  から  $t_2$  の間に測定を行なうことになる。このときの計数として  $C$  を得たとすると、 $C$  と  $R$  の関係は次式のようになる。

$$C = \frac{\varepsilon R}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t_0}) \cdot e^{-\lambda(t_1 - t_0)} \cdot [1 - e^{-\lambda(t_2 - t_1)}] + B \quad (4-6)$$

ただし、 $\varepsilon$  は使用する放射線検出器の検出効率であり、 $B$  は時間  $(t_2 - t_1)$  におけるバックグラウンド計数である。 $C$  と  $B$  を測定することで  $R$  (すなわち飽和放射能  $A_s$ ) を求めれば、試料を照射した場所における中性子場を間接的に知ることができる。

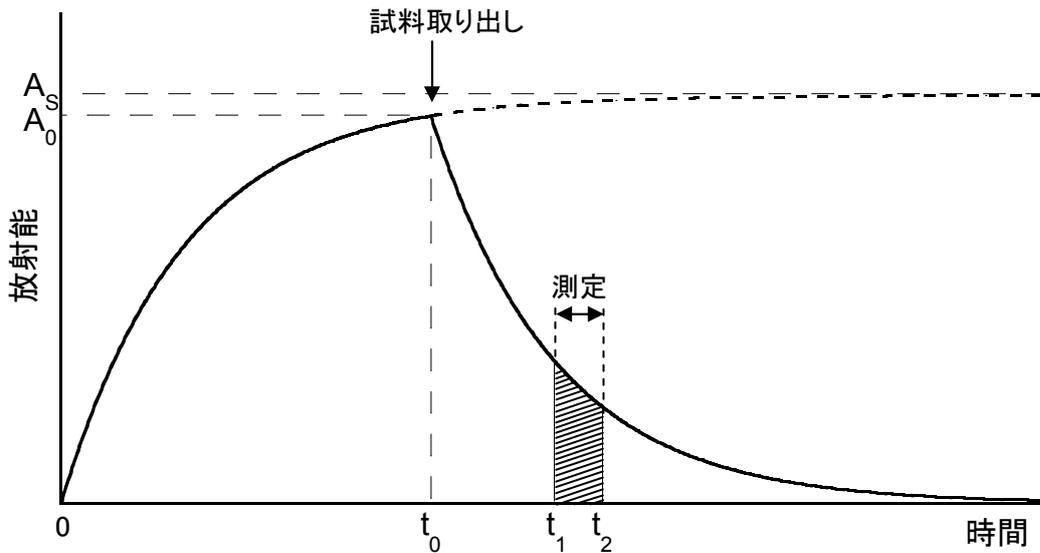


図 4-1 照射試料の放射能の経時変化

#### 4. 1. 2 放射化法による熱中性子束測定

熱領域における中性子のスペクトルは、図 4-2 に示すようなマックスウェル分布に従い、次の式で表すことができる。

$$\phi(E) = \phi_T \frac{E}{(kT)^2} \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) \quad (4-7)$$

ここで、 $\phi_T$  は中性子束を熱領域全体にわたって積分したものであり、熱中性子束と呼ぶ。また、 $T$  は中性子温度であり、中性子の吸収が少ない条件では減速材の温度にほぼ等しい値をとり、吸収が大きくなるに従い次第に大きな値をとる変数である。 $\phi(E)$  が最大になるときのエネルギー  $E_p$  (最確エネルギー) は、

$$E_p = kT \quad (4-8)$$

となる。

熱中性子による放射化反応率  $R_T$  を熱中性子束  $\phi_T$  を用いて次のように書く。

$$R_T = N \int_0^{E_T} \sigma(E) \phi(E) dE = N \bar{\sigma} \phi_T \quad (4-9)$$

但し、 $E_T$  は熱中性子領域の上限エネルギー、 $\bar{\sigma}$  は照射試料の熱中性子に対する平均放射化断面積である。

一般に放射化断面積は、中性子の速度にほぼ反比例する性質をもっており、

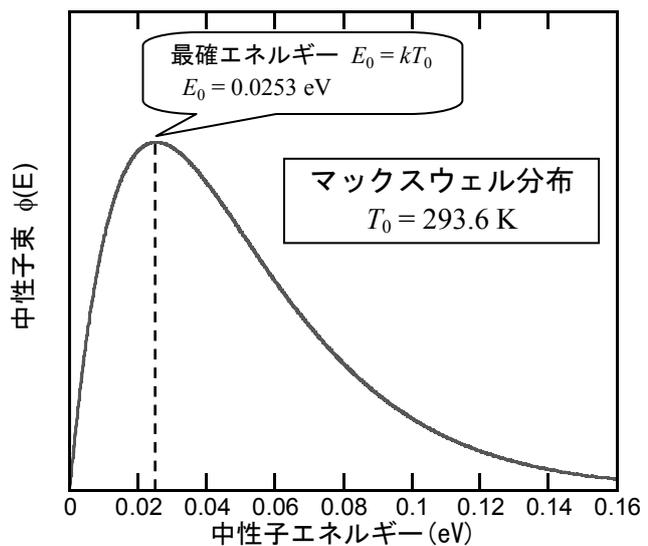


図 4-2 熱中性子束スペクトル

1/v 特性と呼ばれる。照射試料が熱中性子に対して1/v特性をもつ場合、任意の中性子の速度  $v_0$  に対する断面積  $\sigma_0$  が分かっているならば、 $\sigma(v)$  は以下のように表すことができる。

$$\sigma(v) = \frac{v_0}{v} \sigma_0 \quad (4-10)$$

通常、エネルギーが  $E_0 = 0.0253 \text{ eV}$  の中性子に対する断面積が表にして与えられていることが多い。このエネルギーは、中性子温度が  $T_0 = 293.6 \text{ K}$  ( $20.4 \text{ }^\circ\text{C}$ ) のマックスウェル分布をした中性子束スペクトルの最確エネルギーに等しく、これに相当する中性子の速度は  $v_0 = 2200 \text{ m/sec}$  である。 $\sigma_0$  を用いると平均放射化断面積  $\bar{\sigma}$  は次のように表すことができる。

$$\bar{\sigma} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sqrt{\frac{T_0}{T}} \sigma_0 \quad (4-11)$$

実際の物質では純粋な 1/v 特性からずれがあるので、厳密にはこのずれを非 1/v 因子  $g(T)$  を用いて補正する。

$$\bar{\sigma} = g(T) \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sqrt{\frac{T_0}{T}} \sigma_0 \quad (4-12)$$

$g(T)$  の値は主な物質に対して数表として与えられているが、例として金 ( $^{197}\text{Au}$ ) に対する  $g(T)$  の値を表 4-2 に示す。表 4-2 から分かるように、金に対してはほぼ  $g(T) \cong 1$  である。

実際の熱中性子炉内の中性子スペクトルは、マックスウェル分布と  $1/E$  分布を足し合わせた以下のような式でよく表わされることが分かっている。

表 4-2 金に対する非 1/v 因子

$T$ ( $^\circ\text{C}$ )	$g(T)$
20	1.0053
40	1.0064
60	1.0075
80	1.0086
100	1.0097

$$\phi(E) = \phi_T \frac{E}{(kT)^2} \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) + \phi_{epi} \frac{\Delta(E/kT)}{E} \quad (4-13)$$

ここで、 $\phi_{epi}$  は熱外領域の中性子束である。 $\Delta(E/kT)$  は結合関数と呼ばれ、熱から熱外への過渡領域の中性子スペクトルを表すために導入された関数である。このような中性子場で試料を放射化すると、熱中性子だけでなく熱外中性子によっても試料が放射化され、試料の放射能には熱外中性子による成分も含まれることになる。この成分を除去するためには、カドミウムフィルター法という方法がよく用いられる。

図 4-3 に金とカドミウムの中性子吸収断面積を示す。図 4-3 から分かるように、カ

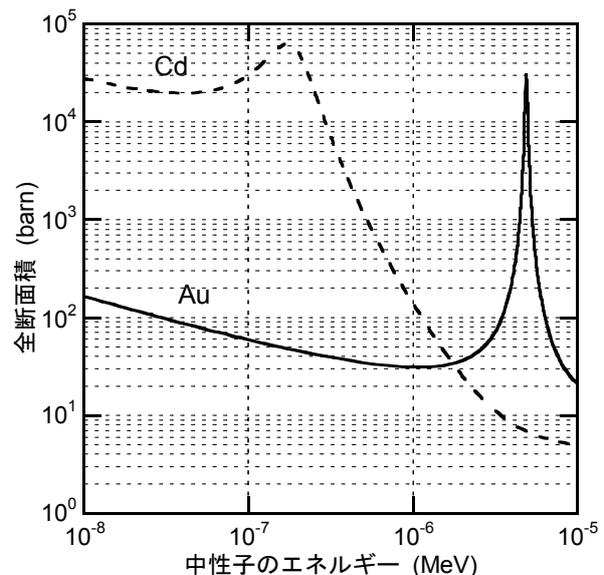


図 4-3 金及びカドミウムの中性子吸収断面積

ドミウムの中性子吸収断面積は 0.5 eV 以下の中性子に対して急激に大きくなる。従って、カドミウムで覆われた試料の飽和放射能  $A_S(\text{Cd})$  は近似的に熱外中性子のみによるものと考えることができる。しかし、カドミウムは熱外中性子に対して完全に透明ではないので、その効果は次式により補正する。

$$A_{Se} = F_{Cd} \cdot A_S(\text{Cd}) \quad (4-14)$$

$F_{Cd}$  は補正係数、 $A_{Se}$  は熱外中性子による飽和放射能である。従って熱中性子による飽和放射能  $A_{Sh}$  は、カドミウムで覆わない裸の試料の飽和放射能  $A_S$  から熱外中性子による成分  $A_{Se}$  を差し引いたもの、

$$A_{Sh} = A_S - A_{Se} \quad (4-15)$$

となる。このようにして求めた熱中性子による飽和放射能  $A_{Sh}$  が式(4-9)の熱中性子による放射化反応率  $R_T$  に等しいので、式(4-9)から熱中性子束  $\phi_T$  を求めることができる。

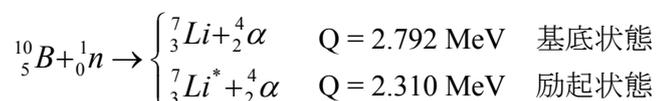
## 4. 2 計数管法

熱中性子などの低速中性子は、(n,p)、(n, $\alpha$ )、(n, $\gamma$ )及び(n,fission)などの反応で生成した p、 $\alpha$  及び核分裂片などの運動エネルギーを持つ荷電粒子や  $\gamma$  線を検出する。一般に中性子を計測する環境では  $\gamma$  線のバックグラウンドが高いので、低速中性子を検出するための計数型検出器には、低速中性子に対する感度が高いこと、 $\gamma$  線に対する感度が低いこと及び  $\gamma$  線検出事象の除去が容易であることが要求される。

### 4. 2. 1 $^{10}\text{B}$ 及び $^3\text{He}$ を用いた比例計数管

低速中性子を荷電粒子に変換する反応の中で、 $^{10}\text{B}$  の(n, $\alpha$ )反応や  $^3\text{He}$  の(n,p)反応は断面積と Q 値が大きいのでよく利用される。三フッ化ホウ素 ( $\text{BF}_3$ ) やヘリウム ( $\text{He}$ ) は常温で気体であり、 $^{10}\text{BF}_3$  や  $^3\text{He}$  を検出器ガスとした比例計数管として中性子検出に使用する。

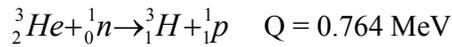
$^{10}\text{B}$  の(n, $\alpha$ )反応は以下のように書くことができる。



この反応の断面積は、中性子エネルギーが 0.025 eV のときの熱中性子断面積が 3840 b であり、広いエネルギー範囲にわたって断面積の値が中性子速度  $v$  の逆数に比例する  $1/v$  則に従う。この  $^{10}\text{B}$  を  $\text{BF}_3$  という気体化合物として比例計数管に封入したのが  $\text{BF}_3$  比例計数管である。 $\text{BF}_3$  比例計数管は低速中性子のフルエンス測定用として利用される。しかしながら、 $\text{BF}_3$  ガスは有機物を侵すので、計数管の信号線導入端子部や端部などのガス封じきりが必要な箇所、ガス導入ラインの継手などに樹脂製 O リングやグリースなどを使用することができない。さ

らに、計数管内に水蒸気が不純ガスとして混入した場合は、BF<sub>3</sub>ガスとの化学反応でフッ酸が発生し金属やガラスを腐食する。このように、BF<sub>3</sub>比例計数管は製作や長期間の使用においてBF<sub>3</sub>ガスの取扱に注意を必要とする。

<sup>3</sup>Heの(n,p)反応も低速中性子を荷電粒子に変換する反応としてよく用いられる。反応式は以下の通りである。



<sup>3</sup>Heの(n,p)反応は、中性子エネルギーが0.025 eVのときの熱中性子断面積は5330 bで、<sup>10</sup>Bの(n,α)反応より断面積が大きく、<sup>10</sup>Bと同様に広いエネルギー範囲にわたって断面積の値は1/v則に従う。また<sup>3</sup>Heガスはそのまま比例計数管のガスとして使用可能である。低速中性子が<sup>3</sup>He比例計数管に入射すると、<sup>3</sup>Heの(n,p)反応でpとt (<sup>3</sup>H)を生成する。生成されたpとtの運動エネルギーの総和は反応のQ値と入射中性子エネルギーの和になるが、低速中性子の運動エネルギーは反応のQ値に比べて十分に小さい。したがって、反応の全エネルギーをQ値としてエネルギーと運動量の保存則より、pとtは反対方向にそれぞれ0.574 MeVと0.191 MeVのエネルギーで放出される。比例計数管内でpとtはガスを電離しながら停止し、電離によって生成された電子-イオン対が比例計数管の信号電荷となる。<sup>3</sup>He比例計数管は低速中性子のフルエンス測定ばかりではなく、高速中性子に対しても感度を有する。

#### 4. 2. 2 <sup>3</sup>He 比例計数管の波高分布

<sup>3</sup>He比例計数管によって得られる信号の波高分布は、図4-4に示すようにpとtの運動エネルギーの和0.765 MeVに対応する1本のピークとなるはずであるが、実際には図4-5のような構造を持った波高スペクトルが観測される。これは壁効果と呼ばれ、中性子と<sup>3</sup>Heの核反応が計数管内壁近くで起こった場合、pまたはtのどちらか一方が内壁に吸収されてエネルギーの一部しか計数管のガスに付与しないことに起因する。

前述のとおり、入射中性子の運動エネルギーは反応のQ値に比べて無視しうるので、核反応の結果生成したpとtは反対方向を向くはずである。いま、計数管の内壁近くで核反応が起こり、pが壁に吸収されるとすると、tの進行方向は壁とは反対の方向になっているはずで

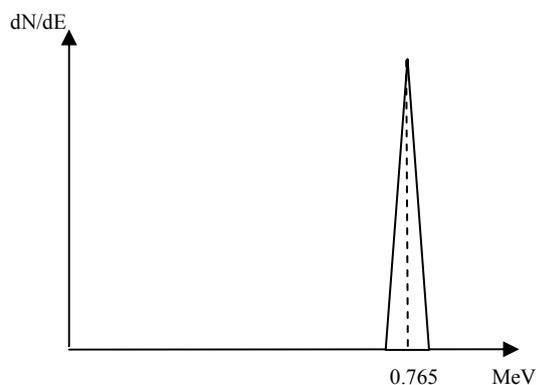


図4-4 pとtの全エネルギーが吸収されるような計数管のスペクトル。

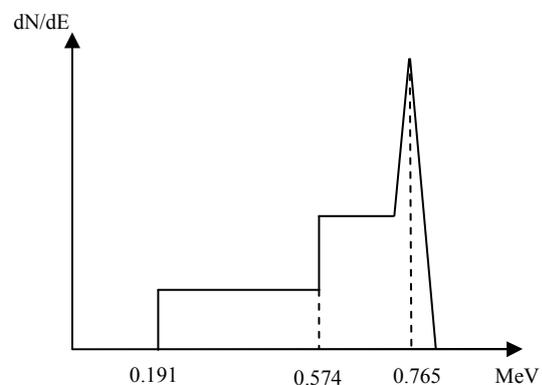


図4-5 壁効果により連続分布が加わったような計数管のスペクトル

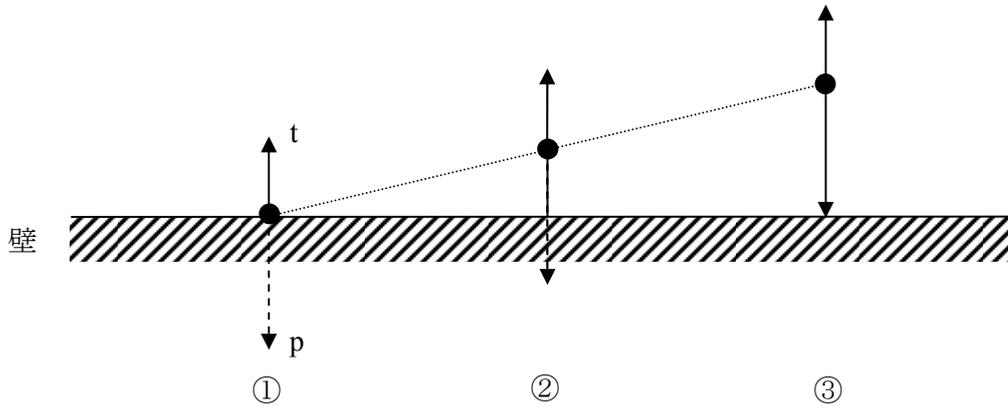


図 4-6 内壁近くで核反応が起き、 $p$  が壁に吸収される様子

ある。その様子を図示したものが図 4-6 である。ガス中に付与されるエネルギーが最も小さい場合は、図中の①に示すような核反応が内壁表面で起きる場合であり、 $t$  のエネルギーは完全にガス中に付与されるが  $p$  のエネルギーは壁に吸収されて信号生成には寄与しない。図中の③に示すように核反応の起こる位置が内壁表面から  $p$  の飛程の分だけ離れると、 $p$  と  $t$  の全エネルギーがガス中に付与されるようになる。また、図中の②に示すように、①と③の中間の状態、すなわち  $p$  のエネルギーの一部と  $t$  の全エネルギーがガス中に付与されるような状態も存在する。これらのことを総合すると、 $p$  が壁に吸収される場合、波高スペクトルは  $t$  のみのエネルギー (0.191 MeV) から  $p$  と  $t$  のエネルギーの和 (0.765 MeV) まで連続的に分布するスペクトルとなるであろう (図 4-7)。

一方、同じことは  $t$  が壁に吸収される場合においても起こりうる。 $p$  の場合と同様に考えると、この場合の波高スペクトルは  $p$  のみのエネルギー (0.574 MeV) から  $p$  と  $t$  のエネルギーの和 (0.765 MeV) まで連続的に分布するスペクトルとなるであろう (図 4-8)。

したがって有限の大きさの計数管内におけるエネルギー付与には、 $p$  と  $t$  の全エネルギーがガス中に吸収される場合 (図 4-4)、 $p$  のエネルギーの一部が壁に吸収される場合 (図 4-7)、 $t$  のエネルギーの一部が壁に吸収される場合 (図 4-8) という 3 つの可能性があり、これらのスペクトルを合わせたものが実際の波高スペクトルとして観測される (図 4-5)。

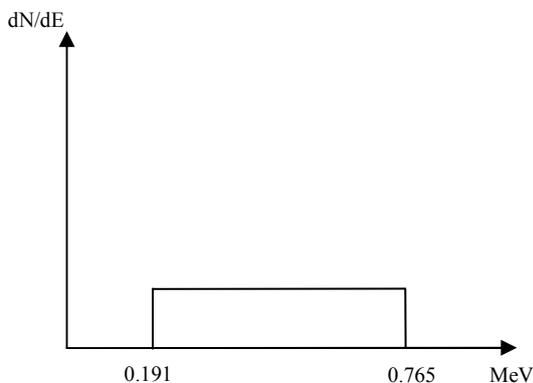


図 4-7  $p$  のエネルギーの一部が壁に吸収される場合の波高分布

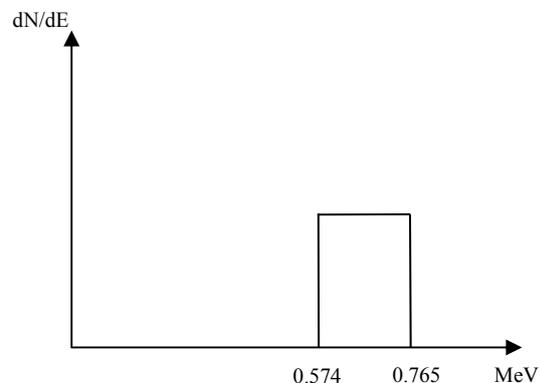


図 4-8  $t$  のエネルギーの一部が壁に吸収される場合の波高分布

また、以上の考察から明らかなように、 $^3\text{He}$  計数管の波高分布は反応の Q 値と検出器の寸法や配置によって決まるものであり、入射中性子のエネルギーに関する情報は一切持っていないことに注意すべきである。

### 演習問題

1. 式(4-6)を導出せよ。
2.  $^{197}\text{Au}$  の箔試料を中性子束  $10^8$  [ $\text{n}/\text{cm}^2 \text{sec}$ ] の中性子場で照射した。中性子捕獲断面積を  $98.7$  [b]、 $^{198}\text{Au}$  の半減期を  $2.7$  日、箔試料の質量を  $50$  mg として以下の問いに答えよ。
  - (1) 試料の飽和放射能を求めよ。
  - (2) 試料の放射能が飽和放射能の  $95\%$  に達するために必要な時間を求めよ。
3.  $^3\text{He}$  比例計数管について以下の問いに答えよ。
  - (1) 下の表の数値を用いて反応の Q 値を求めよ。
  - (2) 反応後の p と t の運動エネルギーを求めよ。

諸定数	原子質量
原子質量単位 $1 \text{ u} = 931.494$ [ $\text{MeV}/\text{c}^2$ ]	$^1\text{H} = 1.007\,825 \text{ u}$
アボガドロ数 $N_A = 6.022\,045 \times 10^{23}$ [ $1/\text{mol}$ ]	$^3\text{H} = 3.016\,049 \text{ u}$
中性子の静止質量 $m_n = 1.008\,665 \text{ u}$	$^3\text{He} = 3.016\,029 \text{ u}$

出典 A. H. Wapstra et al.; The AME2003 Atomic Mass Evaluation.

## 5 実験

### 5. 1 金の放射化による中性子束空間分布の測定

金は、熱中性子束測定において放射化試料として最もよく用いられている。金は  $^{197}\text{Au}$  が存在比 100% であり、放射化反応によって生成する  $^{198}\text{Au}$  の半減期は 2.698 日と適当な長さとなっている。また、第 4 章の表 4-2 で示したように非  $1/\nu$  因子はほぼ 1 と見なせるため、放射化断面積は熱領域でよく  $1/\nu$  特性に従い、 $v_0 = 2200 \text{ m/sec}$  における断面積は  $\sigma_0 = 98.5 \pm 0.4 \text{ b}$  である。

図 5-1 に  $^{198}\text{Au}$  の崩壊図を示す。 $^{198}\text{Au}$  は  $\beta$  崩壊によって  $^{198}\text{Hg}$  に変化するが、その際 98.6% は  $^{198}\text{Hg}$  の第 1 励起状態となり、411.8 keV の  $\gamma$  線を放出して基底状態となる。 $\beta$  崩壊によって放出される  $\beta$  線と 411.8 keV の  $\gamma$  線はほぼ同時に放出されるので、そのことを利用して従来は「 $4\pi\beta\gamma$ 同時測定法」という絶対測定法によって試料の放射能を決定していたが、最近では高純度 Ge 半導体検出器の性能が飛躍的に進歩したため、411.8 keV の  $\gamma$  線を直接測定して放射能を決定することが多い。本実験においても高純度 Ge 半導体検出器を用いて放射化した金試料からの 411.8 keV の  $\gamma$  線を測定し、放射能を定量する。

なお、測定によって得られる 411.8 keV の  $\gamma$  線のピーク面積の計数率  $N_p$  と金箔の放射能  $A$  との間には以下の関係がある。

$$N_p = A \frac{\epsilon}{1 + \alpha} \quad (5.1)$$

$\epsilon$  は検出器の検出効率、 $\alpha$  は内部転換効率 ( $\alpha = 0.041$ ) である。

#### 実験手順

中性子源を減速体系中に置き、体系中の熱中性子束の空間分布を測定する。減速体系はポリエチレンであり、中心に Am-Be 中性子源 (18.5 GBq) が設置されている。また、放射化試料として用いる金箔の厚さは 0.1 mm、カドミウムフィルターとして用いる Cd 板の厚さは 1.0 mm である。

1. 減速体系中に裸の金箔試料及び Cd で覆われた金箔試料を配置して中性子を照射する。照射位置は、同一半径に裸の金箔試料及び Cd で覆われた金箔試料が組みになって存在するよう、数 cm 間隔で配置する。また、照射開始時刻を記録しておくこと。
2. Ge 半導体検出器は、使用時には検出部が十分冷却されていなければならない。必要に応じて、検出器のデュワーに液体窒素を補充する。
3. Ge 半導体検出器及び測定回路の電源を入れ、高圧を検出器に印加する。
4.  $^{137}\text{Cs}$  及び  $^{60}\text{Co}$  標準線源を用いて  $\gamma$  線測定を行なう。得られた光電ピークのピークチャン

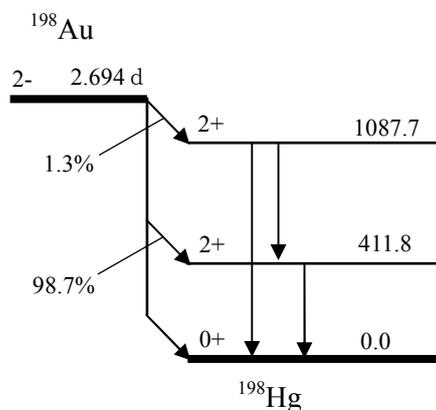


図 5-1  $^{198}\text{Au}$  の崩壊図

ネルを読み取り、 $\gamma$ 線エネルギーとピークチャンネルとの関係をグラフ用紙にプロットする。またこれらの点から $\gamma$ 線エネルギーとピークチャンネルの関係を一次式で表し、エネルギー較正直線とする。

5. 減速体系中から照射試料を取り出す。その際、照射終了時刻を記録すること。
6.  $^{198}\text{Au}$  の  $\gamma$  線スペクトルを測定する。その際、測定開始時刻、測定終了時刻を記録すること。
7. 測定によって得られた光電ピーク面積から検出効率及び時間の補正を加えて各照射位置における放射化反応率  $R$  を計算する。
8. 式(5-1)、第4章の式(4-14)及び(4-15)を用いて、熱外中性子による飽和放射能  $A_{\text{se}}$  及び熱中性子による飽和放射能  $A_{\text{sh}}$  を計算せよ。その際、補正係数  $F_{\text{Cd}}$  は 1.25 とする。
9. 第4章の式(4-9)を用いて熱中性子束を計算し、結果を半径の関数としてグラフにプロットする。

#### 補足1 Ge 半導体検出器の検出効率 $\epsilon$ の決定

検出効率 $\epsilon$ は検出器や試料の幾何学的形状や配置、 $\gamma$ 線のエネルギーに複雑に関係するため、正確に求めることは一般に難しい。しかしながら、数百 keV から数 MeV までの限られた範囲では、以下のような簡単な経験式を用いて $\gamma$ 線のエネルギーと検出効率の関係を表せることが知られている。

$$\ln \epsilon = a + b \ln E \quad (5-2)$$

ここで、 $E$  は $\gamma$ 線のエネルギーである。実際には、 $\gamma$ 線標準線源を用いて数種のエネルギーに対する検出効率（光電ピーク的面積）を求めた後、上述のような経験式を測定点にあてはめることにより、任意の $\gamma$ 線エネルギーに対する検出効率を求めることができる。

#### 補足2 1.46 eV 中性子束の測定

第4章の図4-2を見ると分かるように、 $^{197}\text{Au}$ の放射化断面積は1.46 eVに共鳴ピークをもつ。このことを利用して1.46 eV中性子の中性子束を求めることができる（resonance probe という）。

簡単のために、 $E = E_R$ に $\delta$ 関数的な共鳴を考えると、 $\sigma_a(E) = \sigma_R \cdot \delta(E - E_R)$ となり、放射化反応率  $R$  は、

$$R = N \cdot \phi(E_R) \cdot \sigma_R \quad (5-3)$$

となる。実際の共鳴は有限のエネルギー幅を持っており、対応する $\phi(E)$ の分布を考慮する必要がある。その結果は次式となる。

$$R = N \cdot \phi(E_R) \cdot I_R \quad \text{ただし、} \quad I_R = \int_{E_c}^{\infty} \frac{\sigma_a(E)}{E} dE \quad (5-4)$$

$I_R$ は共鳴積分といい、実験で決める。

## 5. 2 $^3\text{He}$ 比例計数管による中性子の測定

$^3\text{He}$  カウンターを使って実際に中性子の検出を行い、波高スペクトルを観察するとともに、 $^3\text{He}$  カウンターの特性について調べる。以下に実験の手順を示すが、実験装置の具体的な扱い方や回路の設定条件（印加電圧、ディスクリレベル、ゲインなど）については指導スタッフの指示に従うこと。

(1) 回路を図 5-2 のように結線する。

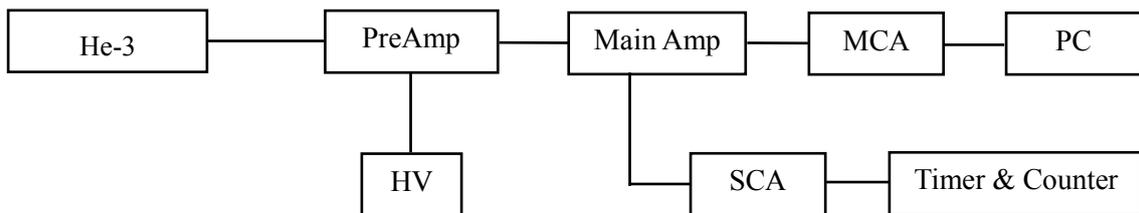


図 5-2 測定系

(2) プラトーの測定

- $^3\text{He}$  カウンターをパラフィンの筒に入れ、中性子源を  $^3\text{He}$  カウンターの中央部分付近に配置する。
- $^3\text{He}$  カウンターへの印加電圧を少しずつ変化させ、計数率を測定・記録する。各印加電圧における測定時間は 1 分間とする。
- 印加電圧と計数率の関係をグラフに書く。これによりプラトー曲線が得られる。
- 印加電圧をプラトーの中央付近の値に設定する。

**考察** プラトー曲線はなぜこのような形状になるのか？また、なぜ印加電圧をプラトーの中央部分に設定するのか？

(3) 波高スペクトルの測定

- MCA (multichannel analyzer) と PC により波高スペクトルをディスプレイに表示させ、約 5 分間測定する。
- 波高スペクトルをプリントアウトする。

**考察** 波高スペクトルはなぜこのような形状になるのか？

(4) 中性子の散乱と減速

- 印加電圧をゼロに落とした後、 $^3\text{He}$  カウンターをパラフィンの筒から取り出す。
- 印加電圧をプラトーの中央付近の値 ((2) で決めた値) に戻し、1 分間計数する。
- 中性子源、 $^3\text{He}$  カウンター、パラフィブロック、鉛ブロックを図 5-3 の①～④に示すような配置にして、それぞれ 1 分間ずつ計数する。但し、配置を変えるときは  $^3\text{He}$  カウンターの印加電圧を必ずいったんゼロに落としてから動かすこと。
- 測定結果から中性子に対するパラフィンと鉛の作用を考える。時間があれば、計数がさらに増加するような配置を予測して同様に測定する。

**考察** 各配置による計数値の違いを、d で考えた中性子に対するパラフィンと鉛の作用から説明せよ。

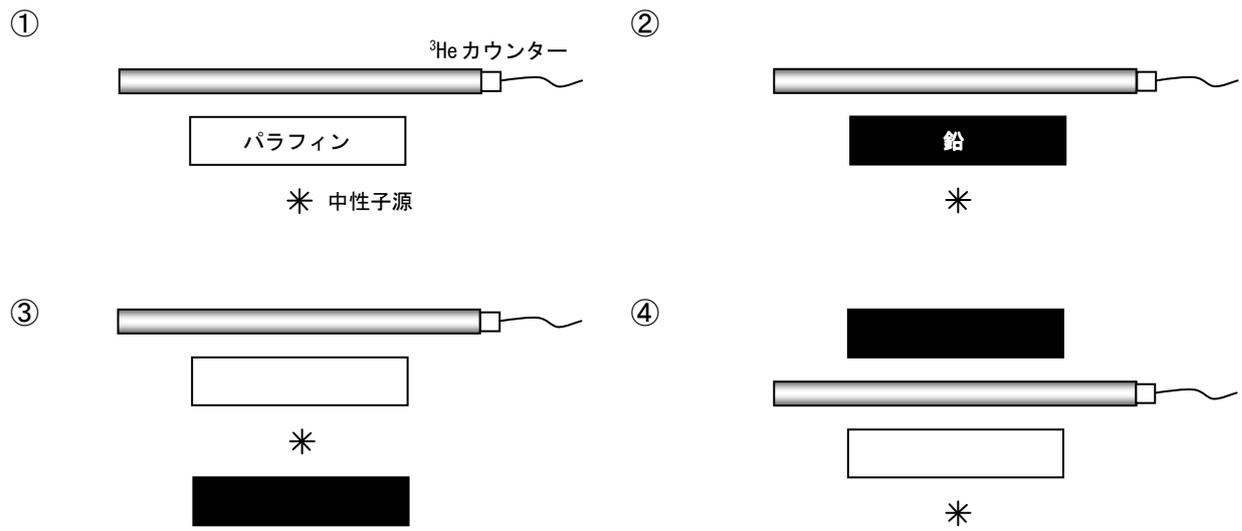


図 5-3 実験 (4) 中性子の減速と散乱で用いる配置。図は配置を上から見たものである。

### 5. 3 NaI (TI) シンチレータによるガンマ線の測定

#### 実験手順

$\gamma$  線源は線源台の上に載せる。 $\gamma$  線源とシンチレータとの距離は線源の強さによって変えること。



図 5-4 測定回路

- (1) 測定回路を図 5-4 のように接続し、電源を入れる。
- (2) 線源台に  $^{137}\text{Cs}$  標準線源を置き、オシロスコープで出力を見ながら高圧を印加し、MCA によって  $\gamma$  線スペクトルを測定する。
- (3) 高圧電源のスイッチを調整して高圧を 50V ずつ変化させ、各電圧において得られたスペクトルから光電ピークのチャンネルを読み取り、電圧とピークチャンネルの関係を両対数グラフにプロットする。そして、 $V_p = R \cdot E^m$  の曲線 ( $V_p$ : ピークチャンネル、 $E$ : 印加電圧) 両対数グラフ上では直線となるはず) に合わせたときの  $m$  の値を求める。
- (4) 印加電圧を 600~700V に設定し、 $^{137}\text{Cs}$  及び  $^{60}\text{Co}$  の  $\gamma$  線スペクトルを測定する。測定結果から観測された各光電ピークについて、ピークの位置と半値幅 (%) を求める。
- (5) (4) で得られた 3 つの光電ピークに対応する  $\gamma$  線エネルギーとして以下の値を用い、MCA チャンネルと  $\gamma$  線エネルギーの関係をグラフにプロットせよ。また、直線になると仮定して、エネルギー較正直線を求めよ。

$^{137}\text{Cs}$  0.662 MeV

$^{60}\text{Co}$  1.173 MeV, 1.333 MeV

- (6)  $^{137}\text{Cs}$  のスペクトルについて、光電ピークとコンプトン端とのエネルギー差を求める。コンプトン散乱で電子が得る最大エネルギーの理論値を求め、測定結果と比較する。
- (7)  $^{137}\text{Cs}$  及び  $^{60}\text{Co}$  標準線源の強度を求めよ。その際、 $\gamma$  線スペクトルの積分値 (全計数) を用いる。また線源を取り除いてバックグラウンドも測定する。線源を用いて得られた計数  $N$ 、バックグラウンド計数を  $N_B$  とすると、正味の計数率及び誤差は  $N - N_B \pm \sqrt{N + N_B}$  となるので、線源とシンチレータの距離は  $N_B$  に比べて  $N$  が十分大きいほうがよい。しかし、 $\gamma$  線が平行ビームと仮定できる範囲で距離は大きくとる (本実験では 50~100cm の距離をとればよい)。シンチレータは直径 2 インチ、長さ 2 インチの円柱状であり、その頭には薄いアルミ板 0.5mm があるので、この補正は行なうこと。

## 5. 4 ナトリウムまたはリチウムを使った放射化分析

### (1) ナトリウムを使った放射化分析

ナトリウムは天然で、100%、 $^{23}\text{Na}$  からなる。中性子を捕獲すると、 $^{24}\text{Na}$  になり、さらにβ線（エネルギー1.393MeV）を放出して、 $^{24}\text{Mg}$  に変わる。β崩壊の半減期は14.96h である。

Na は水溶性であるので、微量濃度（放射化量）の測定のため、放射化試料を一度水に溶解し、溶液を液体シンチレーションカウンタで計測する。

### (2) リチウムを使った放射化分析

天然のリチウムは6-Li と7-Li からなり、6-Li は中性子を捕獲して、α線を放出して、3-Hトリチウムに変わる。トリチウムは半減期12.3年でβ線（0.0186MeV）を放出して、3-He に変わる。

7-Li は中性子捕獲して8-Li に変わると直ちに再度中性子を放出して7-Li に戻る。この反応断面積は中性子エネルギーが高いほど大きいのが、上の6-Li の反応断面積に比べてかなり小さいので、無視できる。

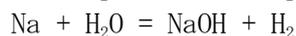
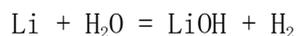
ナトリウムと同様に、放射化試料を水に溶解し、溶液を液体シンチレーションカウンタで測定する。

表 5-1 中性子捕獲断面積等の値

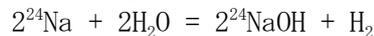
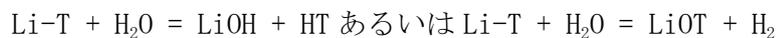
核種	密度	天然存在率	反応	捕獲断面積 (barn)	半減期
6-Li	0.534g/cm <sup>3</sup>	7.59%	(n,α)	940	12.3y
7-Li		92.41%	(n,n'γ)	0.0454	0.838s
23-Na	0.971g/cm <sup>3</sup>	100%	(n,βγ)	0.530	14.96h

### (3) 液体シンチレーションカウンタによる Li あるいは Na の放射能測定

Li や Na を水と接触させると、それぞれ次の反応により瞬時に水素を発生し、Li と Na は水に溶解する。

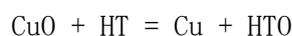


天然 Li 中に発生したトリチウムあるいは天然 Na 中に発生した  $^{24}\text{Na}$  は同様に次の反応で液相あるいは気相に放出される。



過去の実験から Li 中に発生したトリチウムは HT として放出されることが知られている。従って、図 5-5 の測定装置を使って Li（あるいは Na）の放射化量の測定をおこなう。

ガラス容器中に Li（あるいは Na）を置き、上部より H<sub>2</sub>O を注入する。発生した水素ガスは Ar 気流とともに水あるいはエチレングリコールバブラでトラップされ、液体シンチレーションカウンタによる放射能測定に供される。途中の酸化銅は次の反応により、トリチウムを含む水素ガスを水の形に転換するものである。



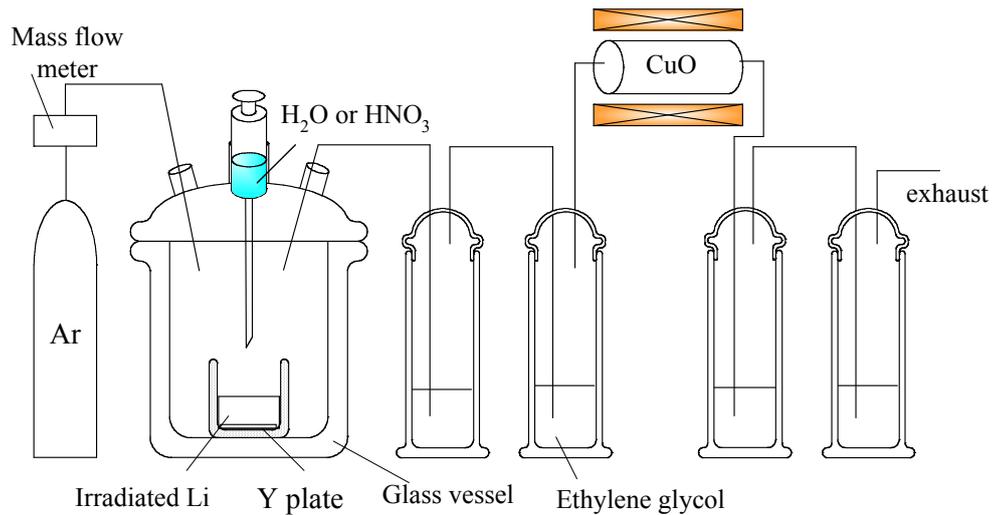


図 5-5 A schematic diagram for extraction of tritium from Li-T system

### 中性子輸送・拡散・生成物分離実験の概要

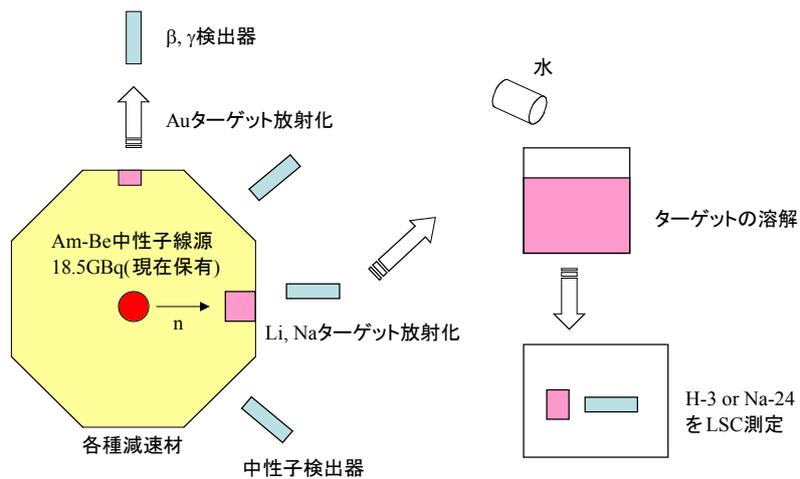
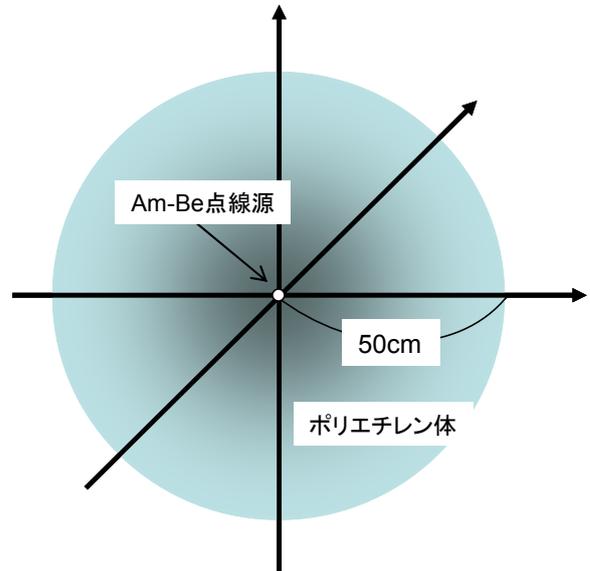


図 5-6 実験装置概要

## 6. 計算機演習 ～ 中性子束の評価 ～

非増倍体系における中性子束の空間及びエネルギー分布は、多群拡散方程式を解くことにより評価することができる。ここでは、実験体系を、「中心に Am-Be 中性子点線源を配置した半径 50cm の均質な球形ポリエチレン体」と近似し、体系中の中性子束分布を評価するための数値計算法(多群拡散法)の解説と数値計算実習をおこなう。実際に、自らの手で群定数の作成、多群拡散方程式の離散化、プログラミング、数値計算を実践することで、多群拡散計算の概要や、数値計算法の限界を実感してほしい。数値計算により、実験で得られる中性子束分布を予め予測し、また、予測結果を実験値と比較することにより、計算で用いた近似や仮定の妥当性を検討し、「数値計算」に対する理解を深めてほしい。ここでは、計算結果の厳密さよりも、どのような方程式をどのように解いて中性子束を評価するのかを、受講者ができるだけ容易に理解できることを重視した。学習効果をあげるために、中身のみえにくい公開コードを使用するのではなく、自らが基本方程式を理解し、プログラムの内容の把握・修正をおこない、数値解(中性子束)が求まるまでのアルゴリズムを掌握することが可能なプログラムを例示する。余力のある学生は、本章で例示する簡易モデル、離散化・計算法にとどまらず、実験との比較を介した考察等をもとにして、より精度の高い、洗練された手法を取り入れることが望まれる。

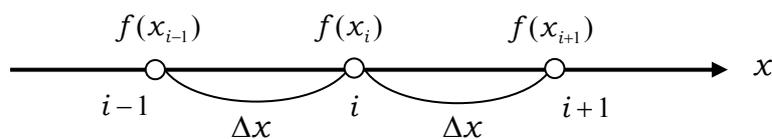


### 6. 1 差分近似を用いた多群拡散方程式の数値解法

微分方程式に含まれる導関数に差分近似を適用することにより、微分方程式を差分方程式(連立代数方程式)に置き換えることができる。ここでは、(1)差分近似、(2)差分近似を用いた拡散方程式の連立代数方程式への変換例及びその解法を示す。

#### 6. 1. 1 差分近似 (Taylor 展開法) :

$x$  座標を下記のような等間隔のメッシュに区切る。メッシュの間隔を  $\Delta x$  とし、格子点  $i-1, i, i+1$  における  $x$  の値をそれぞれ  $x_{i-1}, x_i, x_{i+1}$ 、関数の値を  $f(x_{i-1}), f(x_i), f(x_{i+1})$  とする。



格子点  $i$  に対して、関数  $f(x_{i-1})$  及び  $f(x_{i+1})$  を Taylor 展開すると

$$f(x_{i-1}) \approx f(x_i) - f'(x_i)\Delta x + \frac{1}{2}f''(x_i)(\Delta x)^2 \quad , \quad (6-1-1)$$

$$f(x_{i+1}) \approx f(x_i) + f'(x_i)\Delta x + \frac{1}{2}f''(x_i)(\Delta x)^2 \quad , \quad (6-1-2)$$

となる。但し、3次以上の項は無視した。(6-1-1)式から(6-1-2)式を差し引いて整理すると、

$$f'(x_i) \approx \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1}))}{2\Delta x} \quad , \quad (6-1-3)$$

が得られる。また、(6-1-1)式と(6-1-2)式を加えて整理すると、

$$f''(x_i) \approx \frac{f(x_{i-1}) - 2f(x_i) + f(x_{i+1}))}{(\Delta x)^2} \quad , \quad (6-1-4)$$

が得られる。(6-1-3)式及び(6-1-4)式のように、ある格子点における導関数を前後の格子点における関数値を用いて近似的に記述することを差分近似と言う。

- ※ (6-1-3)式及び(6-1-4)式の近似は、中心差分近似である。その他にも、前進差分近似、後退差分近似がある。どの近似を使用したらよいかは、解くべき方程式による。ここでは、話を中心差分近似に絞って説明する。
- ※ 差分近似には、Taylor 展開法の他にも、コントロールボリューム (有限体積) 法、積分法、変分定式化法などがある。Taylor 展開法を用いた差分近似では、高次の導関数は重要でない((6-1-1)式及び(6-1-2)式で高次項を無視した)と言う仮定を含んでおり、問題によっては正確な解が求めにくい場合もある。

## 6. 1. 2 差分近似による拡散方程式 (g 群) の連立代数方程式への変換

球対称を仮定した場合、平衡状態における第 g 群の (中性子束  $\phi_g(r)$  に対する) 拡散方程式は、

$$-\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( D_g(r) r^2 \frac{d\phi_g(r)}{dr} \right) + \Sigma_{Rg}(r) \phi_g(r) = S_g(r) \quad . \quad (6-1-5)$$

簡単のため、拡散係数や除去断面積の空間依存性を無視すると、(6-1-5)式は

$$-D_g \left( \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \right) \phi_g(r) + \Sigma_{Rg} \phi_g(r) = S_g(r) \quad , \quad (6-1-6)$$

となる。(6-1-3)及び(6-1-4)の差分近似を適用すると、

$$-D_g \frac{\phi(r_{i-1}) - 2\phi(r_i) + \phi(r_{i+1}))}{(\Delta r)^2} - D_g \frac{2}{r_i} \frac{\phi(r_{i+1}) - \phi(r_{i-1}))}{2\Delta r} + \Sigma_{Rg} \phi_g(r_i) = S_g(r_i) \quad (6-1-7)$$

さらに、例えば  $r_i = (i\Delta r + (i-1)\Delta r)/2$  を用いて、上式を整理すると、

$$-\frac{D_g}{(\Delta r)^2} \left(1 - \frac{2}{2i-1}\right) \phi(r_{i-1}) + \left(\Sigma_{Rg} + \frac{2D_g}{(\Delta r)^2}\right) \phi_g(r_i) - \frac{D_g}{(\Delta r)^2} \left(1 + \frac{2}{2i-1}\right) \phi(r_{i+1}) = S_g(r_i) \quad (6-1-8)$$

ここで、

$$a_i = -\frac{D_g}{(\Delta r)^2} \left(1 - \frac{2}{2i-1}\right), \quad b_i = \Sigma_{Rg} + \frac{2D_g}{(\Delta r)^2}, \quad c_i = -\frac{D_g}{(\Delta r)^2} \left(1 + \frac{2}{2i-1}\right) \quad (6-1-9)$$

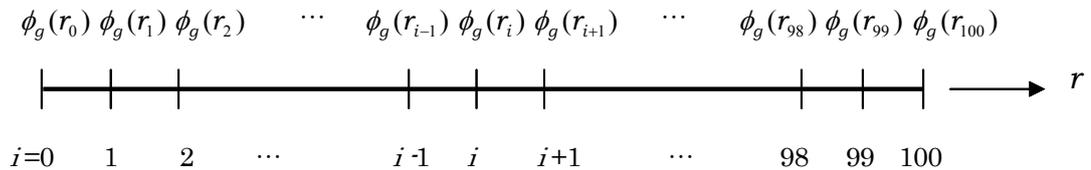
とおくと、(6-1-9)式は、

$$a_i \phi_g(r_{i-1}) + b_i \phi_g(r_i) + c_i \phi_g(r_{i+1}) = S_g(r_i) \quad (6-1-10)$$

と書ける。

## 6. 2 差分近似による拡散方程式の解法

微分方程式を解くべき  $r$  の範囲を、仮に下図のように 100 等分したとすると、



(6-1-10)式は、各メッシュ番号に対して、

$$\left. \begin{aligned} i=1 \text{ の場合: } & a_1 \phi_g(r_0) + b_1 \phi_g(r_1) + c_1 \phi_g(r_2) = S_g(r_1) \quad , \\ i=2 \text{ の場合: } & a_2 \phi_g(r_1) + b_2 \phi_g(r_2) + c_2 \phi_g(r_3) = S_g(r_2) \quad , \\ & \dots \\ i=j \text{ の場合: } & a_j \phi_g(r_{j-1}) + b_j \phi_g(r_j) + c_j \phi_g(r_{j+1}) = S_g(r_j) \quad , \\ & \dots \\ i=98 \text{ の場合: } & a_{98} \phi_g(r_{97}) + b_{98} \phi_g(r_{98}) + c_{98} \phi_g(r_{99}) = S_g(r_{98}) \quad , \\ i=99 \text{ の場合: } & a_{99} \phi_g(r_{98}) + b_{99} \phi_g(r_{99}) + c_{99} \phi_g(r_{100}) = S_g(r_{99}) \quad , \end{aligned} \right\} \quad (6-2-1)$$

となる。境界条件 ( $i = 0$  及び  $i = 100$  で関数  $\phi_g$  が満足すべき条件) は、問題に応じて設定されるべきである (例えば、 $\phi_g(r_0) = \phi_g(r_1)$  及び  $\phi_g(r_{100}) = BC$  などと記述する [ $BC$  は問題に応じて決まる値])。境界値も含めて、もとめるべき値は、それぞれの群  $g$  に対して  $\phi_g(r_i), (i = 0 \sim 100)$  の 101 個、方程式は、(6-2-1)式の 99 個と境界条件 2 個の 101 個であり、解をもとめる条件が成立する。連立方程式を解くことで、 $g$  群に対する拡散方程式((6-1-5)式) の解 ( $\phi_g(r_i), (i = 0 \sim 100)$ ) を求めることができる。連立方程式の解法は、適当な参考文献を参照すること (本演習で用いる多群拡散コードでは、Gauss 消去法を採用している)。

上方散乱 (低速群から高速群への散乱による中性子の流入) を考えない場合は、(6-1-5)式右辺のソース項を下記のように書くことができる。

$$S_g(r) = \sum_{h=1}^{g-1} \Sigma_{Sh \rightarrow g} \phi_h(r) + S_g^{ext}(r) \quad (6-2-2)$$

この場合は、任意の  $g$  群への散乱流入は、 $1 \sim g$  群からのみとなる ((6-2-2)式は、 $1 \sim (g-1)$  群の中性子束のみの関数となる)。従って、まず第 1 群に対する拡散方程式を解くことによって第 1 群の中性子束  $\phi_1(r)$  を求め (第 1 群に対する拡散方程式のソース項((6-2-2)式)は外部中性子源のみである)、次に求まった第 1 群の中性子束を用いて第 2 群に対する拡散方程式のソース項を計算する。さらに、第 2 群に対する拡散方程式を解いて、第 2 群の中性子束  $\phi_2(r)$  を求め、今度は第 1 群及び 2 群の中性子束 ( $\phi_1(r)$  及び  $\phi_2(r)$ ) を用いて、第 3 群に対する拡散方程式のソース項を計算する。次に第 3 群に対する拡散方程式を解く。..... 同様の手順を繰り返すことにより、高速群  $\rightarrow$  低速群の順序で、各群に対する拡散方程式を順番に解き、最終的に全群に対する中性子束を求めることができる。

※ ここでは、Taylor 展開法を用いて、差分方程式を導いたが、積分法、コントロールボリューム法を用いても、(6-1-8)式は同等の形になる。

### 6. 3 多群拡散コード –プログラム例–

付録Aに、与えられた群定数に対して、球対称形における多群拡散方程式

$$-\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( D_g(r) r^2 \frac{d\phi_g(r)}{dr} \right) + \Sigma_{Rg}(r) \phi_g(r) = S_g(r) \quad (6-3-1)$$

但し、

$$S_g(r) \equiv \sum_{h=1}^{g-1} \Sigma_{Sh \rightarrow g}(r) \phi_h(r) + S_g^{ext}(r) \quad (6-3-2)$$

を差分近似を用いて解き、各エネルギー群に対する中性子束  $\phi_g(r)$  を計算するためのプログラムを例示する。但し、コード中では、簡単のため体系を均質とし拡散係数および除去断面積の空間依存性は無視している。上方散乱も無視している。

### 6. 3. 1 離散化係数について

(6-1-10)式の右辺は単位体積、単位時間あたりのソースを表している。両辺に体積を乗じると、

$$A_i \phi_g(r_{i-1}) + B_i \phi_g(r_i) + C_i \phi_g(r_{i+1}) = SV_g(r_i) \quad (6-3-3)$$

ここで、

$$\begin{aligned} A_i \equiv a_i V &= -\frac{D_g}{(\Delta r)^2} \left(1 - \frac{2}{2i-1}\right) \times 4\pi r_i^2 \Delta r = -\frac{D_g}{(\Delta r)^2} \left(1 - \frac{\Delta r}{r_i}\right) \times 4\pi r_i^2 \Delta r \\ &= -\frac{D_g}{\Delta r} 4\pi (r_i^2 - r_i \Delta r) \equiv SBD(i) \end{aligned} \quad (6-3-4)$$

$$\begin{aligned} C_i \equiv c_i V &= -\frac{D_g}{(\Delta r)^2} \left(1 + \frac{2}{2i-1}\right) \times 4\pi r_i^2 \Delta r = -\frac{D_g}{(\Delta r)^2} \left(1 + \frac{\Delta r}{r_i}\right) \times 4\pi r_i^2 \Delta r \\ &= -\frac{D_g}{\Delta r} 4\pi (r_i^2 + r_i \Delta r) \equiv SPD(i+1) \end{aligned} \quad (6-3-5)$$

$$\begin{aligned} B_i \equiv b_i V &= \left( \Sigma_{Rg} + \frac{2D_g}{(\Delta r)^2} \right) \times 4\pi r_i^2 \Delta r = (\Sigma_{Rg} - (a_i + c_i)) \times 4\pi r_i^2 \Delta r \\ &= -(A_i + C_i) + \Sigma_{Rg} \times 4\pi r_i^2 \Delta r \equiv DD(i+1) \end{aligned} \quad (6-3-6)$$

※コード中、連立一次方程式の解を求める際に、Fujitsu SSLII Library (LTX[ガウス消去法]) を使用している。SBD 及び SPD、DD に関して  $i$  がずれるのは、Library における入力のルールによるものである。(SSL2 のマニュアルを参照のこと)

### 6. 3. 2 境界条件の取り扱いに関して

#### (1) 中心

中心体積要素内で発生する中性子と、中心体積要素から漏れる中性子とのバランスより

$$-D_g (\phi_g(r_1) - \phi_g(r_0)) / \Delta r \times 4\pi (\Delta r / 2)^2 + \Sigma_{Rg} \phi_g(r_0) V_g(r_0) = SV_g(r_0) \quad (6-3-7)$$

これを变形して

$$X_0 \phi_g(r_0) + Y_0 \phi_g(r_1) = SV_g(r_0) \quad (6-3-8)$$

但し

$$X_0 = \frac{D_g}{\Delta r} 4\pi \left( \frac{\Delta r}{2} \right)^2 + \sum_{Rg} V_g(r_0) \equiv DD(1) \quad (6-3-9)$$

$$Y_0 = -\frac{D_g}{\Delta r} 4\pi \left( \frac{\Delta r}{2} \right)^2 \equiv SPD(1) \quad (6-3-10)$$

- ※ 外部ソースは、 $i=0$  の場合（中心で）のみ存在することに注意。
- ※ ここでは、外部中性子は半径  $\Delta r/2$  の球内で発生すると仮定した。

## (2) $i=NR+EXT(g)-1 \equiv final$ の場合

$$A_{final} \phi_g(r_{final-1}) + B_{final} \phi_g(r_{final}) + C_{final} \phi_g(r_{final+1}) = SV_g(r_0) \quad (6-3-11)$$

外挿距離端で  $\phi(r_{final+1}) = 0$  を仮定すると

$$SPD(final+1) = 0 \quad (6-3-12)$$

- ※ 最終ループで、SPD には 0.0 が入っていることになる。

## 6. 3. 3 多群拡散コードの使用法

### 【インプットデータの準備】

ユーザーは、コードを動かす前に、下記のインプットデータを用意しておく必要がある。

- (1) 半径 (RMAX [cm]) :
- (2) 半径方向のメッシュ数 (NR) :
- (3) エネルギー群に関する情報
  - (a) 群の数 (Ngun)、(b) 各群の上限・下限エネルギー[eV]、(c) 全断面積に対する群定数 ( $\Sigma_{tg}$ ) [cm<sup>-1</sup>]、
  - (d) 輸送断面積に対する群定数 ( $\Sigma_{trg}$ ) [cm<sup>-1</sup>]、(e) 群遷移散乱断面積に対する群定数 ( $\Sigma_{Sh \rightarrow g}$ ) [cm<sup>-1</sup>]、
  - (f) 拡散係数に対する群定数 ( $D_g$ ) [cm]、(g) 外部中性子源に対する群定数 ( $S_g$ ) [sec<sup>-1</sup>]

上記の情報は、それぞれ(i) input.txt、(ii) energy.txt、(iii) total-sigma.txt、(iv) trans-sigma.txt、(v) gtrans-sigma.txt、(vi) dcoeff.txt 及び (vii) source.txt の7つのファイルを準備することによって与える。各ファイルのフォーマットを下記に示す（下記は、3 群計算を想定した場合のインプットデータの ”例” である）。

#### (i) input.txt

```
3 100 50.0
```

→ Ngun=3: 群の数、NR=100;  $r$  方向メッシュ数、RMAX=50cm; 半径 (cm)

(ii) **energy.txt** → 各群の上限・下限エネルギー[eV]

0.1000D+08 0.1000D+04 0.5000D-01 0.1000D-03	}	第1群 : $10^3 \text{ eV} \sim 10^7 \text{ eV}$ 、第2群 : $5 \times 10^2 \text{ eV} \sim 10^3 \text{ eV}$ 、 第3群 : $10^4 \text{ eV} \sim 5 \times 10^2 \text{ eV}$
--	---	--

(iii) **total-sigma.txt** → 全断面積に対する群定数( $\Sigma_{tg}$ )[ $\text{cm}^{-1}$ ]

0.1200D+01 0.2000D+01 0.2800D+01	}	第1群 : $1.2 \text{ cm}^{-1}$ 、第2群 : $2.0 \text{ cm}^{-1}$ 、第3群 : $2.8 \text{ cm}^{-1}$
--	---	---

(iv) **trans-sigma.txt** → 輸送断面積に対する群定数( $\Sigma_{trg}$ )[ $\text{cm}^{-1}$ ]

0.4700D+00 0.7500D+00 0.1000D+01	}	第1群 : $0.47 \text{ cm}^{-1}$ 、第2群 : $0.75 \text{ cm}^{-1}$ 、第3群 : $1.0 \text{ cm}^{-1}$
--	---	---

(v) **gtrans-sigma.txt** → 群遷移散乱断面積に対する群定数( $\Sigma_{Sh \rightarrow g}$ )[ $\text{cm}^{-1}$ ]

	$h=1$	$2$	$3$	
$g=1$	0.9500D+00	0.0000D+00	0.0000D+00	}
$2$	0.2000D+00	0.1700D+01	0.0000D+00	
$3$	0.0000D+00	0.2000D+00	0.2800D+01	
				$h=1$ 群 → $g=1$ 群への遷移散乱断面積 : $0.95 \text{ cm}^{-1}$ 、 $h=1$ 群 → $g=2$ 群への遷移散乱断面積 : $0.20 \text{ cm}^{-1}$ 、 $h=1$ 群 → $g=3$ 群への遷移散乱断面積 : $0.00 \text{ cm}^{-1}$ 、 $h=2$ 群 → $g=1$ 群への遷移散乱断面積 : $0.00 \text{ cm}^{-1}$ 、 $h=2$ 群 → $g=2$ 群への遷移散乱断面積 : $1.70 \text{ cm}^{-1}$ 、 ..... $h=3$ 群 → $g=3$ 群への遷移散乱断面積 : $2.80 \text{ cm}^{-1}$

(vi) **dcoeff.txt** → 拡散係数に対する群定数 ( $D_g$ ) [cm]

0.7000D+00 0.4500D+00 0.3000D+00	}	第1群 : $0.70 \text{ cm}$ 、第2群 : $0.45 \text{ cm}$ 、第3群 : $0.30 \text{ cm}$
--	---	---

(vii) **source.txt** → 外部中性子源に対する群定数 ( $S_g$ ) [ $\text{sec}^{-1}$ ]

0.2000D+07 0.4500D+01 0.0000D+00	}	第1群 : $2.0 \times 10^6 \text{ sec}^{-1}$ 、第2群 : $4.5 \text{ sec}^{-1}$ 、 第3群 : $0.0 \text{ sec}^{-1}$
--	---	--

## 【計算の実行】

まず、各自のホームディレクトリ上に **\$HOME/INPUT** 及び **\$HOME/OUTPUT** ディレクトリを作成する。演習課題に沿って、上記 7 個のテキストファイルを準備し、**\$HOME/INPUT** 以下に配置する。ディレクトリ名及びファイル名を変更しないこと（大文字、小文字も区別して使用する）。下記のコマンドを実行して、計算を実行する。（**\$HOME** は各人のホームディレクトリを意味している。）

```
# /usr/local/ENSHU/nflux
```

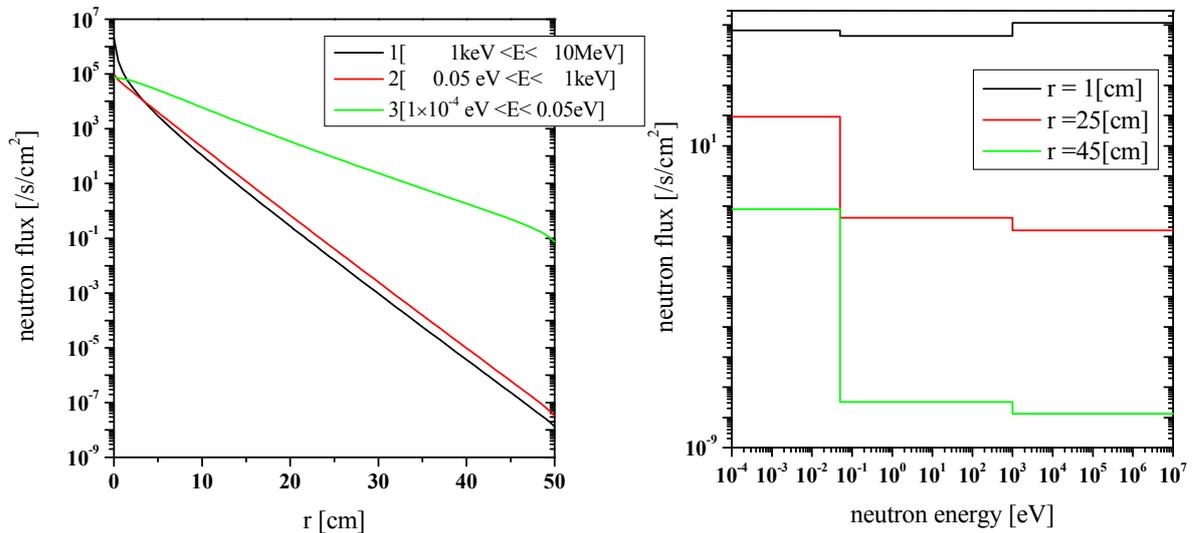
（ SCore システムを利用する場合は #scrun /usr/local/ENSHU/nflux とする ）

## 【出力データ】

数値的に求められた中性子束は、**\$HOME/OUTPUT/FLUX.txt** ファイルに出力される。**FLUX.txt** ファイルの内容は、例えば下記のようなフォーマットになっている。

$r$ (cm)	$\phi_1(r)$ ( $\text{cm}^{-2}\text{sec}^{-1}$ )	$\phi_2(r)$ ( $\text{cm}^{-2}\text{sec}^{-1}$ )	$\phi_3(r)$ ( $\text{cm}^{-2}\text{sec}^{-1}$ )	
$r=0$ cm	0.00000000000000E+00	190000.000000000	94000.000000000	74000.000000000
0.5 cm	0.50000000000000	290000.000000000	60000.000000000	72000.000000000
1.0 cm	1.00000000000000	120000.000000000	40000.000000000	67000.000000000
1.5 cm	1.50000000000000	62000.000000000	30000.000000000	62000.000000000
.....	.....			
49.5 cm	49.5000000000000	1.70000000000000E-08	4.60000000000000E-08	1.000000000E-01
50.0 cm	50.0000000000000	1.20000000000000E-08	3.20000000000000E-08	8.0000000E-02

出力を自分のPCにダウンロードし、適当な描画ソフトを用いて、グラフを作成すること。



- ※ 点線で囲まれた部分が実際のファイルの中身である（それ以外はコメント）。
- ※ 上記ファイル内の数値やグラフは入出力例を示したものであり正確な値ではない。
- ※ 計算終了時に、**\$HOME/OUTPUT/FLUX.txt** ファイルと同時に **\$HOME/OUTPUT/info.txt** ファイルが自動的に作成される。**info.txt** ファイルの中には計算条件等が格納されている。

## 6. 4 演習課題

### 問1 多群拡散方程式について ～ 数値シミュレーションに取り組む前に ～

多群拡散方程式

$$-D_g(\mathbf{r})\nabla^2\phi_g(\mathbf{r}) + \Sigma_{t,g}(\mathbf{r})\phi_g(\mathbf{r}) = \sum_{h=1}^G \Sigma_{S,h\rightarrow g}(\mathbf{r})\phi_h(\mathbf{r}) + S_g^{ext}(\mathbf{r})$$

は中性子のエネルギー範囲を  $G$  個の小区間 (エネルギー群) に分け、エネルギー依存の拡散方程式を区間  $[E_g, E_{g-1}]$  で積分することによって得られる ( $g = 1, 2, \dots, G$ )。ここで  $\phi_g(\mathbf{r})$  と  $S_g^{ext}(\mathbf{r})$  はそれぞれ  $g$  群の中性子束と  $g$  群の外部中性子源であり、以下のように定義される。

$$\phi_g(\mathbf{r}) \equiv \int_{E_g}^{E_{g-1}} \phi(\mathbf{r}, E) dE, \quad S_g^{ext}(\mathbf{r}) \equiv \int_{E_g}^{E_{g-1}} S_{ext}(\mathbf{r}, E) dE$$

- (1)  $\Sigma_{t,g}(\mathbf{r})$  は  $g$  群の巨視的全断面積である。その定義式を書け。
- (2)  $g$  群拡散係数  $D_g(\mathbf{r})$  は、すべての方向について  $D(\mathbf{r}, E)$  が等しく、中性子束  $\phi(\mathbf{r}, E)$  が  $\mathbf{r}$  の関数と  $E$  の関数に分離できる場合には以下のようになることを示せ。

$$D_g(\mathbf{r}) = \frac{\int_{E_g}^{E_{g-1}} D(\mathbf{r}, E) \phi(\mathbf{r}, E) dE}{\phi_g(\mathbf{r})}$$

- (3) 散乱流入項 (右辺第1項) は、 $h$  群から  $g$  群への巨視的「群間遷移断面積」を以下のように定義することによって得られることを確認せよ。

$$\Sigma_{S,h\rightarrow g}(\mathbf{r}) \equiv \frac{\int_{E_g}^{E_{g-1}} \int_{E_h}^{E_{h-1}} \Sigma_S(\mathbf{r}, E' \rightarrow E) \phi(\mathbf{r}, E') dE' dE}{\int_{E_h}^{E_{h-1}} \phi(\mathbf{r}, E) dE} = \frac{\int_{E_g}^{E_{g-1}} \int_{E_h}^{E_{h-1}} \Sigma_S(\mathbf{r}, E' \rightarrow E) \phi(\mathbf{r}, E') dE' dE}{\phi_h(\mathbf{r})}$$

- (4) 群間遷移断面積  $\Sigma_{S,h\rightarrow g}(\mathbf{r})$  を評価するためには散乱の微分断面積  $\sigma_{Sj}(E' \rightarrow E)$  が必要である。これは核種  $j$  による散乱で中性子が  $E'$  から  $E$  のまわりの単位エネルギー幅に遷移する微分断面積 (単位は例えば barn/eV) である。弾性散乱の場合、これと通常与えられる単位立体角 (重心系) あたりの微分断面積  $\sigma_{Sj}(E', \mu_C)$  [barn/sr] との間には

$$\sigma_{Sj}(E' \rightarrow E) = \frac{4\pi\sigma_{Sj}(E', \mu_C)}{(1-\alpha)E'}$$

の関係があることを示せ。ただし  $\mu_C$  は重心系における散乱角余弦、 $\alpha \equiv (A_j-1)^2/(A_j+1)^2$ 、 $A_j$  は核種  $j$  の質量数である。

## 問2 中性子束の評価について ～ 数値シミュレーション ～

付録に示す水素及び炭素に対する散乱断面積のフィット式、及び Am-Be 中性子源の中性子放出スペクトルのフィット式を用いて、下記の量を評価せよ。但し、半径 **50cm** の均質な球形ポリエチレン体の中心に Am-Be 中性子点線源があるものとする。最初に、エネルギー群を高速群と熱群の2群にわけた場合を想定し、解析的に中性子束を評価する[問(3)～(7)]。その後、多群(2群以上)にわけた場合について、数値的に中性子束を評価する[問(8)～(9)]。

- (1) フィット式をグラフにプロットし、図に示した断面積及び中性子放出スペクトルが描画できることを確認せよ。
- (2) ポリエチレンの密度を  $0.95\text{g/cm}^3$  ( $^1\text{H}:14.3\text{w}\%$ 、 $^{12}\text{C}:85.7\text{w}\%$ ) として、水素及び炭素の数密度を求めよ。
- (3) ポリエチレン中の高速中性子群に対する群定数 (拡散係数  $D_1$ ) を求めよ。

$$\text{但し、 } D_1 = \frac{1}{3(\Sigma_{trH} + \Sigma_{trC})}, \quad \Sigma_{trj} \approx \Sigma_{sj} \left( 1 - \frac{2}{3A_j} \right) \quad (j=^1\text{H}, ^{12}\text{C}) \text{ を用いよ。}$$

ここで、 $A_j$  は原子核  $j$  の質量数をあらわす。水素、炭素については散乱断面積に比べて、吸収断面積が小さいため、 $\sigma_{sj} \approx \sigma_{tj}$  と近似している。高速中性子群については、群定数を作成する際に用いる“近似中性子束”のエネルギー依存性に対して  $\varphi_1(E) \propto 1/E$  を仮定せよ。(高速群と熱群の境界エネルギーは、各自考察して妥当な値を設定すること)。

- (4) ポリエチレン中の(高速)中性子年齢 ( $\tau_T \equiv D_1 / \Sigma_1$  : 高速中性子が発生してから熱中性子になるまでの移動距離の2乗平均の1/6) を求めよ。ここでは  $\Sigma_1 \approx 5 \times 10^{-2} [\text{cm}^{-1}]$  を使用せよ。
- (5) ポリエチレン中の熱中性子群に対する群定数 (拡散係数  $D_T$ ) を求めよ((3)を参照)。

熱中性子群については、群定数の作成時に用いる“近似中性子束”のエネルギー依存性に対しては、Maxwell 分布

$$\varphi_T(E) \propto E \exp\left(-\frac{E}{kT}\right),$$

を仮定せよ。ここで、 $k$  は Boltzmann 定数、 $T$  は体系の温度(K)を示す。

- (6) ポリエチレン中の熱中性子に対する拡散距離 ( $L_T = \sqrt{D_T / \Sigma_a}$ ) をもとめよ。但し、水素に対する熱中性子の吸収断面積は  $0.0332\text{barn}$ 、炭素に対しては  $0.0034\text{barn}$  を用いよ。

- (7) 上でもとめた物理量を用いて、高速中性子群、熱中性子群に対する中性子束の空間分布をプロットせよ。但し、球対称を仮定した場合の2群拡散方程式に対する解析解は、

$$\text{高速中性子群： } \phi_1(r) = \frac{S \exp(-r/\sqrt{\tau_T})}{4\pi D_1 r},$$

$$\text{熱中性子群： } \phi_T(r) = \frac{S L_T^2}{4\pi r D_T (L_T^2 - \tau_T)} \left( \exp\left(-\frac{r}{L_T}\right) - \exp\left(-\frac{r}{\sqrt{\tau_T}}\right) \right),$$

と記述できる。 $S$  は、点線源より単位時間あたりに発生する中性子数である。

- (8) エネルギー領域を任意の群に分け、ポリエチレン中における群定数（巨視的散乱断面積、巨視的輸送断面積、群間遷移の巨視的断面積、拡散係数、外部中性子源）を計算せよ。群定数を作成する際、熱中性子群、高速中性子群、それぞれに対する”近似中性子束”には、2.で示したエネルギー依存性を仮定せよ。
- (9) (8)で求めた群定数をインプットデータとし、多群拡散コードを用いて中性子束を求めよ。
- 中心、半径～25cm 及び～50cm 付近における中性子束のエネルギー分布をプロットせよ。
  - ～0.025eV、～10keV 及び～1MeV 近傍のエネルギー群に対する中性子束の空間分布をプロットせよ。
  - 多群拡散コードを用いた計算と3.でもとめた中性子束の空間分布を比較し、その違いについて考察せよ。
  - コードでは簡単のため、いくつかの仮定や近似をおこなっている。これらの仮定や近似と計算結果の関係について考察せよ。

※ 多群拡散コードの内容については、**付録A**を参考にすること。

※ インプットデータのフォーマット、コードの使用方法は前節を参照のこと。

## [付録A プログラム例]

```
!=====
! 「炉物理/中性子計測実験演習」
!   多群拡散コード - プログラム例 -
!-----
MODULE COMMON
!-----
integer,parameter::Ngun=3,NR=100
real(kind=8),parameter::RMAX=0.5d0
real(kind=8) PAI,eV
END MODULE COMMON
!-----
MODULE GUN
!-----
USE COMMON
integer,dimension(Ngun)::EXT
real(kind=8),dimension(0:Ngun)::Eb_gun
real(kind=8),dimension(Ngun)::Dg,csTg,csTRg
real(kind=8),dimension(Ngun,Ngun)::cshg
END MODULE GUN
!-----
MODULE RMESH
!-----
USE COMMON
real(kind=8),dimension(0:NR)::R
real(kind=8) DR
END MODULE RMESH
!-----
MODULE SOUR
!-----
USE COMMON,only:Ngun
real(kind=8),dimension(Ngun)::Sg
END MODULE SOUR
!=====
! MAIN
!=====
USE COMMON
USE GUN
USE RMESH
USE SOUR
implicit none

PAI=DATAN(1.0d0)*4.0d0
eV = 1.602176462d-19

CALL PRE
CALL OPENFILE
CALL READFILE
CALL MESH
CALL EXT_DIS
CALL NEUTRON_FLUX

STOP
END

!-----
SUBROUTINE PRE
!-----
USE RMESH
USE GUN
USE SOUR
implicit none

Eb_gun(:) = 0.
Dg(:) = 0.
csTg(:) = 0.
cshg(:,:)=0.
R(:) = 0.
Sg(:)=0.

RETURN
```

### ① 変数の定義

Ngun	: 群の数
NR	: 径方向メッシュ数
RMAX	: 半径[cm]
PAI	: 円周率
eV	: 単位変換係数( eV - J)
EXT	: 外挿距離に対するメッシュ数
Eb	: 群の境界エネルギー[J]
gun	: 群の平均エネルギー[J]
Dg	: 拡散係数[m]
csTg	: 全 (散乱) 断面積[1/m]
csTRg	: 輸送断面積[1/m]
cshg	: h 群→g 群への遷移断面積[1/m]
R	: 半径[m]
DR	: 半径メッシュ間隔[m]
Sg	: ソース[1/sec]

### ② メインプログラム

### ③ 初期化 (ゼロ)

```

END

=====
SUBROUTINE OPENFILE
=====
!~/INPUT/
  open(30,file='./INPUT/input.txt')
  open(31,file='./INPUT/energy.txt')
  open(32,file='./INPUT/total-sigma.txt')
  open(33,file='./INPUT/trans-sigma.txt')
  open(34,file='./INPUT/gtrans-sigma.txt')
  open(35,file='./INPUT/dcoeff.txt')
  open(36,file='./INPUT/source.txt')
!~/OUTPUT
  open(3100,file='./OUTPUT/FLUX.txt')
  open(3200,file='./OUTPUT/info.txt')
  RETURN
  END

=====
SUBROUTINE READFILE
=====
USE GUN
USE COMMON,ONLY:eV,Ngun
USE SOUR

  read(31,*,END=1100) (Eb_gun(i),i=0,Ngun)    ![eV]
1100 continue
  read(32,*,END=1200) (csTg(i),i=1,Ngun)      ![1/cm]
1200 continue
  read(33,*,END=1300) (csTRg(i),i=1,Ngun)     ![1/cm]
1300 continue
  do i=1,Ngun
    read(34,*,END=1400) (cshg(i,j),j=1,Ngun)  ![1/cm]
  enddo
1400 continue
  read(35,*,END=1500) (Dg(i),i=1,Ngun)        ![cm]
1500 continue
  read(36,*,END=1600) (Sg(i),i=1,Ngun)        ![1/sec]
1600 continue

  write(3100,*) 'energy'
  write(3100,2100) (Eb_gun(i),i=0,Ngun)
  write(3100,*) 'total-sigma'
  write(3100,2200) (i,csTg(i),i=1,Ngun)
  write(3100,*) 'trans-sigma'
  write(3100,2200) (i,csTRg(i),i=1,Ngun)
  write(3100,*) 'dcoeff'
  write(3100,2300) (i,Dg(i),i=1,Ngun)
  write(3100,*) 'source'
  write(3100,2400) (i,Sg(i),i=1,Ngun)

2100 format(D11.4,'[eV]')
2200 format(i3,'gun',1x,D11.4,'[1/cm]')
2300 format(i3,'gun',1x,D11.4,'[cm]')
2400 format(i3,'gun',1x,D11.4,'[1/sec]')

  write(3100,*) 'gtrans-sigma'
  do g=1,Ngun
    write(3100,2500) (cshg(g,h),h=1,Ngun)
  enddo
2500 format(3D11.4,1x)
  Eb_gun(:) =Eb_gun(:)*eV    ![J]
  csTg(:)   =csTg(:)*1.d2    ![1/m]
  csTRg(:)  =csTRg(:)*1.d2  ![1/m]
  cshg(:, :) =cshg(:, :)*1.d2 ![1/m]
  Dg(:)     =Dg(:)*1.d-2    ![m]
  Sg(:)     =Sg(:)          ![1/sec]

  RETURN
  END

```

#### ④ ファイル指定とデータの読み込み

31 番 : 群の境界エネルギー (Eb\_gun) [eV]

##### 群定数

32 番 : 巨視的散乱断面積 (csTg) [1/cm]  
 33 番 : 巨視的輸送断面積 (csTRg) [1/cm]  
 34 番 : h 群→g 群への群間遷移断面積(2D 配列)  
           (cshg)[1/cm]  
 35 番 : 拡散係数 (Dg) [cm]  
 36 番 : Am-Be ソース (Sg) [1/sec]

読み込んだデータの書き出し(確認のため)

```

=====
SUBROUTINE MESH
=====
USE RMESH
implicit none
integer i

DR=RMAX/DBLE(NR)/100.0
do i=0,NR
R(i) = DBLE(i)*DR
enddo

RETURN
END

```

⑤ 径方向メッシュ幅、メッシュの定義

```

=====
SUBROUTINE EXT_DIS
=====
USE RMESH
USE GUN
USE COMMON
implicit none
real(kind=8),dimension(Ngun)::RMDg

RMDg(:)=1./csTRg(:)           ![m]
EXT(:)=int(0.7*RMDg(:)/DR)+1

RETURN
END

```

⑥ 外挿距離とメッシュ

RMDg : 輸送平均自由行路 [m]  $\lambda_{tr} \equiv 1/\Sigma_{tr}$   
 外挿距離 =  $0.7 \lambda_{tr}$   
 外挿メッシュ数 = 外挿距離/メッシュ幅

```

=====
SUBROUTINE NEUTRON_FLUX
=====
USE RMESH
USE GUN
USE COMMON
USE SOUR
implicit none
integer i,g,h,ICON,IS
integer,dimension(NR+EXT(1)+1)::IP
real(kind=8),dimension(Ngun,0:NR+EXT(1))::FLUX
real(kind=8),dimension(NR+EXT(1)-1)::SBD,SPD
real(kind=8),dimension(NR+EXT(1))::DD,YY,VW
real(kind=8) A1,A2,A3,B1,IN,DV,S1,S2

FLUX(:,:)=0.
A1=0.
A2=0.
A3=0.
B1=0.

```

⑦ 中性子束の計算

```
do 20 g=1,Ngun
```

群に関するループ (g= 1 → Ngun)

```
SBD(:)=0.
DD(:)=0.
SPD(:)=0.
YY(:)=0.
```

```
do10 i=0,NR+EXT(g)
IN=0.
```

径に関するループ (i=0 → NR+EXT(g))

```
IF(i .eq. 0) THEN
DO h=1,g-1
IN = cshg(g,h)*FLUX(h,0) + IN
ENDDO

```

$$\left. \begin{array}{l} \text{DO } h=1, g-1 \\ \text{IN} = \text{cshg}(g,h) * \text{FLUX}(h,0) + \text{IN} \\ \text{ENDDO} \end{array} \right\} \sum_{h=1}^{g-1} \sum_{S_{h \rightarrow g}} \phi_h$$

(1) 中心 (i=0) の場合

```

DV = 4.*PAI*((DR/2.):**3)/3.
S2 = 4.*PAI*((DR/2.):**2)
DD(1) = Dg(g)*S2/DR + (csTg(g) - cshg(g,g))*DV
SPD(1) = -Dg(g)*S2/DR
YY(1) = Sg(g) + IN*DV

```

DV : 第 0 メッシュ(r=Δr/2)の体積  
 S2 : 第 0 メッシュ(r=Δr/2)の表面積

```
ELSE
```

```

DV = 4.*PAI*(DR*dble(i)+DR/2.)**2*DR
S1 = 4.*PAI*((DR*dble(i)+DR/2.)**2 &
& -(DR*dble(i)+DR/2.)*DR)

S2 = 4.*PAI*((DR*dble(i)+DR/2.)**2
+(DR*dble(i)+DR/2.)*DR)

A1 = -Dg(g)*S1/DR
A3 = -Dg(g)*S2/DR

A2 = -(A1+A3)+(csTg(g)-cshg(g,g))*DV

do h=1,g-1
  IN = cshg(g,h)*FLUX(h,i) + IN }  $\sum_{h=1}^{g-1} \sum_{Sh \rightarrow g} \phi_h$ 
enddo

B1 = IN*DV

DD(i+1) = A2
SBD(i) = A1
IF(i.NE. NR+EXT(g)) THEN
  SPD(i+1) = A3
END IF
YY(i+1) = B1

ENDIF

10 continue

CALL DLTX(SBD,DD,SPD,NR+EXT(g),YY,0.0,1, &
IS,IP,VW,ICON) } → SSL2 (LTX)の呼び出し

do i=0,NR+EXT(g)
  FLUX(g,i)=YY(i+1)
enddo

20 continue

do i=0,NR
  write(3200,*) R(i)*100.0,(FLUX(g,i)/1.0d4,g=1,Ngun) } → 計算結果 (中性子束) の書き出し
enddo

RETURN
END

```

(2) 中心以外 (i=1~NR+EXT(g)-1) の場合  
DV : 第 i メッシュ(r=r<sub>i</sub>+Δr/2)の体積  
S2 : 第 i メッシュ(r=r<sub>i</sub>+Δr/2)の表面積

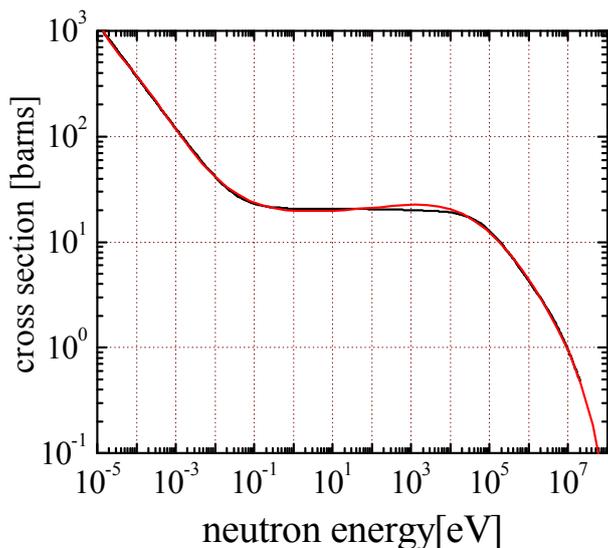
- ※ 上はあくまで参考のためのサンプルプログラムである。改良を加え、完成度の高いプログラムに仕上げること。
- ※ コード中では、Fujitsu SSLII Library (LTX) を使用している。

## [付録B] 水素及び炭素の散乱断面積とそのフィット式

$$\sigma[\text{barn}] = \exp ( A_0 + A_1 \times x + A_2 \times x^2 + A_3 \times x^3 + A_4 \times x^4 + A_5 \times x^5 + A_6 \times x^6 + A_7 \times x^7 + A_8 \times x^8 + A_9 \times x^9 ) \quad (\text{B}-1)$$

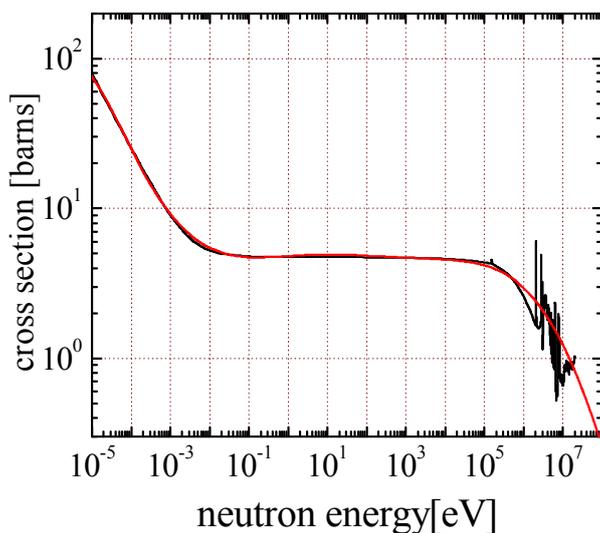
但し、 $x = \ln E$ 。  $E$  は中性子エネルギー[eV]を示す。

$^1\text{H}$



係数 [ $^1\text{H}$ ]	
A0	$2.9856239 \times 10^0$
A1	$-2.4710000 \times 10^{-2}$
A2	$1.5556428 \times 10^{-2}$
A3	$-2.5519163 \times 10^{-3}$
A4	$2.3345210 \times 10^{-4}$
A5	$1.0224608 \times 10^{-5}$
A6	$-3.5600404 \times 10^{-6}$
A7	$5.4269473 \times 10^{-8}$
A8	$1.2826631 \times 10^{-8}$
A9	$-4.6632849 \times 10^{-10}$

$^{12}\text{C}$

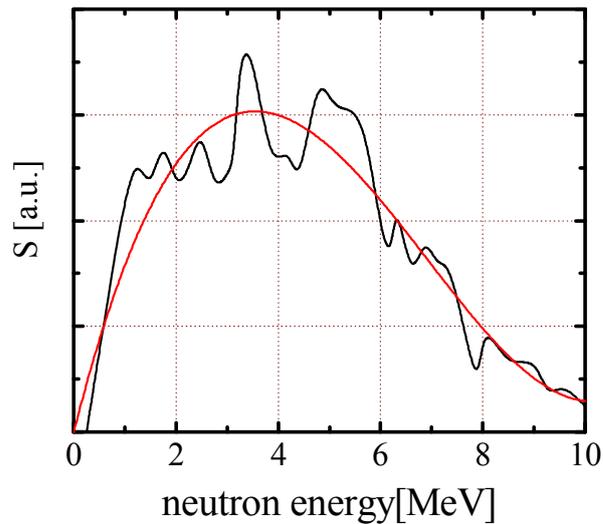


係数 [ $^{12}\text{C}$ ]	
A0	$1.5699486 \times 10^0$
A1	$1.6390000 \times 10^{-2}$
A2	$-4.2169516 \times 10^{-4}$
A3	$-1.3712070 \times 10^{-3}$
A4	$1.8348516 \times 10^{-4}$
A5	$-1.0305362 \times 10^{-6}$
A6	$-7.9952320 \times 10^{-7}$
A7	$2.4626635 \times 10^{-8}$
A8	0
A9	0

上式は、 $10^{-5} \text{ eV} < E < 10^7 \text{ eV}$  のエネルギー範囲内でのみ有効な近似式である。断面積データはJENDL3.3から引用した。吸収断面積は、散乱断面積に比べて小さいため、 $\sigma_s \approx \sigma_t$ を仮定している。

## [付録C] Am-Be 線源の中性子放出スペクトルとフィット式

$$\begin{aligned} S[\text{s}^{-1}\text{eV}^{-1}] &= \xi S_0 \\ S_0[\text{s}^{-1}\text{eV}^{-1}] &= 4.65854 \times 10^1 + 1.90972 \times 10^{-3} E[\text{eV}] - 3.5349 \times 10^{-10} E[\text{eV}]^2 \\ &\quad + 1.48651 \times 10^{-17} E[\text{eV}]^3 + 1.60788 \times 10^{-25} E[\text{eV}]^4 \end{aligned} \quad (\text{C}-1)$$



- ※ 上式は、 $0.25\text{eV} < E < 10\text{MeV}$  のエネルギー範囲で有効な近似式である。適用範囲以外のエネルギーに対しては  $S = 0$  とすること。
- ※ 実際の中性子発生率は、(C-1)式の  $S_0$  に  $^{241}\text{Am}$  の壊変率に対する  $^9\text{Be}(\alpha, n\gamma)^{12}\text{C}$  反応率の割合  $\xi$  を考慮して評価する必要がある (最終的には、実験データとの比較により中性子の発生率を推定すること)。
- ※ [参考] A. D. Vijaya and A. Kumar, Nucl. Inst. Method .Vol.3 (1973) 435-440.