

1. 重い荷電粒子のエネルギー損失

荷電粒子が物質を通過する際の現象は

(1)入射粒子のエネルギー損失

(2)入射粒子の屈折（入射方向からの軌道のずれ）

の2つの重要な効果で説明される。これらの効果は、粒子が物質中を通過するときの単位経路当たり、主として次の2つの過程

1)物質を構成する原子に含まれる電子との非弾性散乱

2)物質を構成する原子核との弾性散乱

が非常に多くの回数発生し、それを重ね合わせた結果として観測される。しかし、粒子が物質中を通過するとき発生する過程は1)と2)だけではなく、

3)Cherenkov放射

4)原子核反応

5)制動放射

などの過程も発生する可能性がある。3)から4)までの過程は1)と2)の原子衝突過程（電磁過程）と比較して発生確率は非常に小さい。

荷電粒子と物質の相互作用は、荷電粒子を

○ [軽い荷電粒子] 電子と陽電子

○ [重い荷電粒子] μ 粒子、 π 粒子、陽子、 α 粒子やその他の中間子や軽い原子核等

○ [重イオン] 通常、炭素以上のさらに重い原子核

に分けて議論する。

1)と2)の電磁過程（原子衝突過程）のうち、重い荷電粒子の物質中におけるエネルギー損失に大きく寄与をするのは非弾性衝突である。非弾性衝突の断面積は $\sigma \approx 10^{-17} - 10^{-16} \text{cm}^2$ と発生確率が大きい。この非弾性衝突において、入射粒子のエネルギーは物質を構成する原子へ付与されて、原子の電離や励起を起こす。個々の衝突では、入射粒子の運動エネルギーと比較して非常に小さなエネルギーしか付与されない。しかし、物質を構成する原子の数は非常に多い（アボガドロ数程度 10^{23} のオーダー）ので、入射粒子は物質中の単位経路当たり非常に多くの衝突をくり返し、全エネルギー損失は衝突回数の和として観測される。したがって、通常の実験で使用する薄膜標的におけるエネルギー損失は観測可能となる。例えば、厚さ $250 \mu\text{m}$ の銅箔で、 10MeV の陽子は全エネルギーを損失する。

原子衝突には「硬い衝突(hard collision)」と「柔い衝突(soft collision)」がある。

硬い衝突：入射粒子により付与されたエネルギーで物質中の原子が電離（イオン化）する。入射粒子のエネルギーが高くなると、電離により発生した高エネルギー電子によりかなりの量の2次電離が発生する。このような高エネルギー2次電子は δ 線と呼ばれる。

柔い衝突：物質中の原子が励起状態になる。（電離は起こらない。）励起状態から基底状態へ緩和する際に電磁波を放射する。（シンチレーション発光。）

2)の標的原子核との弾性散乱も高い確率で発生する。しかし、1)の非弾性散乱に比べると発生頻度は低い。通常、入射粒子に比べて標的原子核の質量は重いので、エネルギー損失量はわずかである。但し、 α 粒子を水素標的に入射する場合は、弾性散乱によりエネルギーが損失するが、非弾性散乱の寄与が大きい。

非弾性散乱は量子力学で記述される確率事象である。しかし、入射粒子は経路にそって非常に多くの回数散乱するので、観測される「巨視的」なエネルギー損失の値の統計的揺らぎは十分に小さく、平均値で議論することに問題はない。入射粒子が物質中の経路に沿った単位長さ当たり

に損失する平均のエネルギーを $-dE/dx$ とするとき、 $-dE/dx$ をその物質の入射粒子に対する阻止能(stopping power)と呼ぶ。

1.1 Bohrの計算 (古典的取り扱い)

図1-1に示すように、電荷 ze 、質量 M の重い荷電粒子が速度 v で物質中を通過しているとき、粒子の軌道から距離 b の位置に1個の原子中の電子がある場合を考える。また、電子は束縛されていなく(原子核の電荷の寄与は無視)、最初は静止していて、重い荷電粒子との衝突ではわずかし動かさない、つまり、電子の初期の位置における電界が重い荷電粒子に作用すると仮定する。さらに、重い荷電粒子の軌道は衝突により変化しないと仮定する(重い荷電粒子の定義、電子の場合は衝突のたびに軌道が変化する)。このような条件のとき、重い荷電粒子の軌道を中心軸とした円筒座標系を用いると、重い荷電粒子との衝突により電子が受け取る力積は以下ようになる。

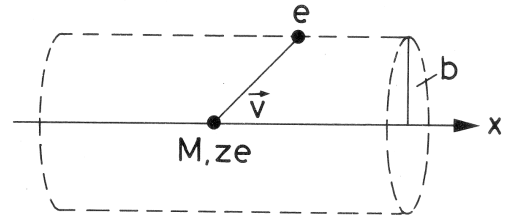


図1-1 重い荷電粒子と原子中の電子との衝突

$$I = \int F dt = e \int E_{\perp} dt = e \int E_{\perp} \frac{dt}{dx} dx = e \int E_{\perp} \frac{dx}{v} = \frac{e}{v} \int E_{\perp} dx \quad (1-1)$$

ここで、重い荷電粒子の速度 v は変化せず、対称性により電子に作用する電界は、入射粒子の軌道に対して垂直な成分 E_{\perp} のみである。無限な長さの円筒のときのGaussの法則を、重い荷電粒子が電子の付近を通過する場合について適用する。(注意: CGS静電単位系)

$$\int_0^{2\pi} \int_0^b E_{\perp} b d\varphi dx = \int E_{\perp} 2\pi b dx = 4\pi ze \quad (1-2)$$

これより、

$$\int E_{\perp} dx = \frac{2ze}{b} \quad (1-3)$$

したがって、

$$I = \frac{2ze^2}{bv} \quad (1-4)$$

となるので、電子に付与されるエネルギーは、

$$\Delta E(b) = \frac{I^2}{2m_e} = \frac{2z^2e^4}{m_e v^2 b^2} \quad (1-5)$$

ここで、粒子軌道に沿った微小長さ dx で、粒子軌道を中心軸とする円筒の半径が b から $b+db$ までの体積要素 dV は

$$dV = 2\pi b db dx, \quad (1-6)$$

なので、電子の密度を N_e とすると、 dV に含まれる全ての電子によるエネルギー損失は、

$$-dE(b) = \Delta E(b) N_e dV = \frac{4\pi z^2 e^4}{m_e v^2} N_e \frac{db}{b} dx \quad (1-7)$$

(1-7)を衝突パラメータ b について積分するとき、 $b=0$ のときは(1-5)より、エネルギー付与が無限大になり、 $b=\infty$ のときは相互作用がないので、

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{1}{dx} \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} \Delta E(b) N_e dV = \frac{4\pi z^2 e^4}{m_e v^2} N_e \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} \frac{db}{b} = \frac{4\pi z^2 e^4}{m_e v^2} N_e \ln \frac{b_{\max}}{b_{\min}} \quad (1-8)$$

(1) b_{\min} の検討：古典力学では、電子に対する最大エネルギー付与となるのは正面衝突のときである。質量 M 、運動量 \vec{p} の入射粒子が電子との衝突により運動量が \vec{p}' になったとすると、運動量保存則から電子が受け取る運動量は $\vec{p}_e = d\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}'$ となる。また、エネルギー保存則 $p^2/2M = p'^2/2M + p_e^2/2m_e$ を変形すると、 $p^2 - p'^2 = Mp_e^2/m_e = M(dp)^2/m_e$ となる。 $dp \ll 1$ の条件を使うと、 $p^2 - p'^2 = (p - p')(p + p') \approx dp \cdot 2p = M(dp)^2/m_e$ より、 $dp = 2m_e p/M$ を得るので、電子に付与される最大エネルギーは $(dp)^2/2m_e = (2m_e p/M)^2/2m_e = 2m_e p^2/M^2$ となる。 $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ 及び、 $\beta = v/c$ として相対論を考慮すると $p/M = \gamma v$ なので、電子に付与される最大エネルギーは $2\gamma^2 m_e v^2$ で与えられる。(1-5)の右辺に $2\gamma^2 m_e v^2$ を代入すると、

$$\frac{2z^2 e^4}{m_e v^2 b_{\min}^2} = 2\gamma^2 m_e v^2 \quad (1-9)$$

なので、

$$b_{\min} = \frac{ze^2}{\gamma m_e v^2} \quad (1-10)$$

(2) b_{\max} の検討：電子が原子に束縛されていて原子核を中心とした軌道を周波数 ν で運動していることを考慮する。このとき、軌道電子がエネルギーを吸収するためには、エネルギー的な摂動が軌道電子が周回するのに要する時間 $\tau = 1/\nu$ より短時間で起こる必要がある。今考えている衝突の相互作用に要する時間の尺度は $t \approx b/v$ であるので、相対論を考慮すると、 $t \Rightarrow t/\gamma = b/(\gamma v)$ となる。原子に存在する軌道電子の平均周期を $\bar{\nu}$ とすると、

$$\frac{b}{\gamma v} \leq \tau = \frac{1}{\bar{\nu}} \quad (1-11)$$

よって、

$$b_{\max} = \frac{\gamma v}{\bar{\nu}} \quad (1-12)$$

(1-8)に(1-10)と(1-12)を代入すると、Bohrの古典的式

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi z^2 e^4}{m_e v^2} N_e \ln \frac{\gamma^2 m v^3}{ze^2 \bar{\nu}} \quad (1-13)$$

を得る。この式は α 粒子より重い荷電粒子に対して有効である。しかし、 α 粒子より軽い陽子などの荷電粒子では量子力学的効果の寄与が大きくなるので、Bohrの古典的式では再現できない。

1.2 Bethe-Blochの式

BetheとBolchは量子力学を考慮したエネルギー損失を計算する式を導出した。Bohrの古典的式では衝突パラメータ b を計算のパラメータとしたが、Bethe-Blochの式では、観測可能な物理量である運動量移行(momentum transfer)を計算のパラメータとしている。Bethe-Blochの式は以下の式で与えられる。

$$-\frac{dE}{dx} = 2\pi N_a r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z z^2}{A \beta^2} \left[\ln \left(\frac{2m_e \gamma^2 v^2 W_{\max}}{I^2} \right) - 2\beta^2 \right] \quad (1-14)$$

実際のエネルギー損失の計算には、(1-14)式に密度効果 δ と電子軌道の「殻」の補正を加えた式

$$-\frac{dE}{dx} = 2\pi N_a r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left[\ln \left(\frac{2m_e \gamma^2 v^2 W_{\max}}{I^2} \right) - 2\beta^2 - \delta - 2\frac{C}{Z} \right], \quad (1-15)$$

を用いる。ここで、

N_a : アボガドロ数($6.022 \times 10^{23}/\text{mol}$)、 r_e : 古典的電子半径($2.817 \times 10^{-13} \text{ cm}$)、 m_e : 電子の質量、 c : 光速、 ρ : 吸収体を構成する物質の密度、 Z : 吸収体を構成する物質の原子番号、 A : 構成する物質の質量数、 z : 入射粒子の電荷数(e単位)、 δ : 密度補正、 C : 殻補正、 W_{\max} : 衝突当たりに付与される最大エネルギー、 I : 平均励起ポテンシャル

$\beta = v/c$ 、 $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ であり、通常では $2\pi N_a r_e^2 m_e c^2 = 0.1535 \text{ MeVcm}^2/\text{g}$ の値を用いる。

入射粒子の質量を M とすると、正面衝突の場合に生成される最大エネルギー付与は運動学より以下のようになる。

$$W_{\max} = \frac{2m_e c^2 \eta^2}{1 + 2s\sqrt{1 + \eta^2 + s^2}}. \quad (1-16)$$

ここで、 $s = m_e/M$ 及び $\eta = \beta\gamma$ である。 $M \gg m_e$ のときは

$$W_{\max} \approx 2m_e c^2 \eta^2. \quad (1-17)$$

1.3 平均励起ポテンシャル

平均励起ポテンシャル I はBethe-Blochの式の重要なパラメーターであり、本質的には軌道電子の平均周波数 $\bar{\nu}$ とPlank定数 h との積 $h\bar{\nu}$ で与えられる。理論的には、軌道電子の原子レベルの振動子強度で重みをつけて周波数 ν の対数平均をとれば良いが、通常の物質の軌道電子の振動子強度はわからないので、実際の I の値を計算することが非常に困難である。そこで、 $-dE/dx$ の測定値から様々な物質について I の値を求めて、 Z をパラメータとする次のような半経験的な式が得られている。

$$\begin{aligned} \frac{I}{Z} &= 12 + \frac{7}{Z} \quad \text{eV} & Z < 13 \\ \frac{I}{Z} &= 9.76 + 58.8Z^{-1.19} \quad \text{eV} & Z \geq 13 \end{aligned} \quad (1-18)$$

種々の物質の I の値は表1-1にまとめている。

1.4 密度補正と殻補正

Bethe-Blochの式(1-15)で使用されている密度補正 δ と殻補正 C は、高エネルギー領域と低エネルギー領域それぞれで重要である。

[密度補正]

入射荷電粒子の電界は、入射粒子の軌道に沿って原子のスピンを偏極(分極)する傾向にある。偏極により電界が遮蔽されるので、軌道より遠くに位置する電子が経験する電界強度は弱くなる。従って、Bethe-Blochの式から予測されるエネルギー損失における、軌道より離れた位置の電子との衝突による寄与は小さくなる。(1-12)式においては、 b_{\max} は入射粒子の速度 v とともに増加するので、軌道より遠くの電子まで積分することになる。したがって、入射粒子のエネルギーが増加するとともに、原子偏極による遮蔽の効果によるBethe-Blochの式からのずれは大きくなる。また、密度が高い物質は低密度の物質より誘起される原子偏極度が高くなる。Bethe-Blochの

式から計算されるエネルギー損失の密度補正を考慮した場合と考慮しない場合の比較が図1-2の高エネルギー領域に示されている。

密度補正 δ の値はSternheimerにより以下の式にまとめられている。

$$\delta = \begin{cases} 0 & X < X_0 \\ 4.6052X + C_0 + a(X_1 - X)^m & X_0 < X < X_1 \\ 4.6052X + C_0 & X > X_1 \end{cases} \quad (1-19)$$

ここで、 $X = \log_{10}(\beta\gamma)$ である。また、 X_0 、 X_1 、 C_0 、 a 及び m の値は表1-1に示すように吸収体物質に依存する。特に C_0 は、

$$C_0 = - \left(2 \ln \frac{I}{h\nu_p} + 1 \right) \quad (1-20)$$

で定義される。 ν_p は物質のプラズマ周波数と呼ばれ、次の式で与えられる。

$$\nu_p = \sqrt{\frac{N_e e^2}{\pi m_e}} = \sqrt{80.617 \times 10^6 [\text{cm}^3] N_e} \quad [\text{Hz}] \quad (1-21)$$

N_e は電子密度で $N_e = N_a \rho Z/A$ である。

[殻補正]

電子が原子軌道を周回する速度と比較して入射粒子の速度が等しいか小さくなる場合、静止している電子を仮定して導出されたBethe-Blochの式に補正が必要となる。この補正を殻補正と呼び、以下の経験式で与えられる。

$$C(I, \eta) = (0.422377\eta^{-2} + 0.0304043\eta^{-4} - 0.00038106\eta^{-6}) \times 10^{-6} I^2 + (3.850190\eta^{-2} - 0.1667989\eta^{-4} + 0.00157955\eta^{-6}) \times 10^{-9} I^3 \quad (1-22)$$

ここで、 $\eta = \beta\gamma$ と I はeVの単位である。但し、図1-2の低エネルギー領域に示されるように殻補正は小さい。

1.5 エネルギー依存性

数種類の異なる粒子の運動エネルギーをパラメータとしてBethe-Blochの式(1-15)式を用いて計算された dE/dx のエネルギー依存性を計算した結果を図1-3に示す。非相対論的エネルギー領域

表1-1 密度補正に使用するパラメータ

Material	I [eV]	$-C_0$	a	m	X_1	X_0
Graphite density = 2	78	2.99	0.2024	3.00	2.486	-0.0351
Mg	156	4.53	0.0816	3.62	3.07	0.1499
Cu	322	4.42	0.1434	2.90	3.28	-0.0254
Al	166	4.24	0.0802	3.63	3.01	0.1708
Fe	286	4.29	0.1468	2.96	3.15	-0.0012
Au	790	5.57	0.0976	3.11	3.70	0.2021
Pb	823	6.20	0.0936	3.16	3.81	0.3776
Si	173	4.44	0.1492	3.25	2.87	0.2014
NaI	452	6.06	0.1252	3.04	3.59	0.1203
N ₂	82	10.5	0.1534	3.21	4.13	1.738
O ₂	95	10.7	0.1178	3.29	4.32	1.754
H ₂ O	75	3.50	0.0911	3.48	2.80	0.2400
Lucite	74	3.30	0.1143	3.38	2.67	0.1824
Air	85.7	10.6	0.1091	3.40	4.28	1.742
BGO	534	5.74	0.0957	3.08	3.78	0.0456
Plastic Scint.	64.7	3.20	0.1610	3.24	2.49	0.1464

では、(1-15)式は係数 $1/\beta^2$ に支配されるので、運動エネルギーが増加すると dE/dx は減少し、速度が $v \approx 0.96c$ に到達すると極小値(minimum ionizing)を与える。この極小値は、同じ電荷を有する全ての粒子でほぼ等しい値となる。極小値を与える運動エネルギーより大きくなると、 $1/\beta^2$ の値はほぼ一定になるので、(1-15)式の \ln の項の寄与により dE/dx の値は増加する。しかしながら、図1-2に示される密度効果の補正により、 \ln の項の寄与による dE/dx の増加は抑制される。

minimum ionizingを与える運動エネルギーより低エネルギー領域では、個々の粒子特有の dE/dx 曲線が得られる。この特性を利用すると、このエネルギー領域の運動エネルギーを有する粒子の同定を行うことができる。

図1-3のエネルギー領域よりさらに低いエネルギー領域においては、Bethe-Blochの式は適用できなくなる。入射粒子の速度が、物質原子の軌道電子の速度と同程度の大きさの時に dE/dx は最大値をとり、そこから低エネルギー側では dE/dx の値は急激に減少する。この領域では、いくつかの複雑な物理過程が重なりあっている。しかしこれらの過程で重要な効果としては、最終的には入射粒子が軌道電子を捕獲することで、エネルギー付与に有効な電荷が減少し、結果として dE/dx が急激に減少することである。この物理過程は複雑なので、このエネルギー領域の dE/dx を計算することは困難である。

図1-3より、物質へ入射した重い荷電粒子が減速するとき、入射粒子のエネルギー損失は、入射粒子の運動エネルギーとともに変化することが明らかである。入射粒子の飛跡に沿った単位長さ当たりのエネルギー損失は、始点から終点に向かって増加することは重要な点である。重い荷電粒子が入射したときの飛跡に沿った dE/dx の分布を図1-4に示す。この曲線はBragg曲線と呼ばれる。この曲線から明らかなように、入射粒子のエネルギーの大部分は飛跡の終点付近で付与される。しかし、終点に非常に近い領域では、入射粒子が電子を捕獲し始めるので、 dE/dx の値は急激に減少する。この特性は医療分野において、人体深部の悪性腫瘍を他の器官の損傷をできるだけ小さくする放射線治療に応用されている。

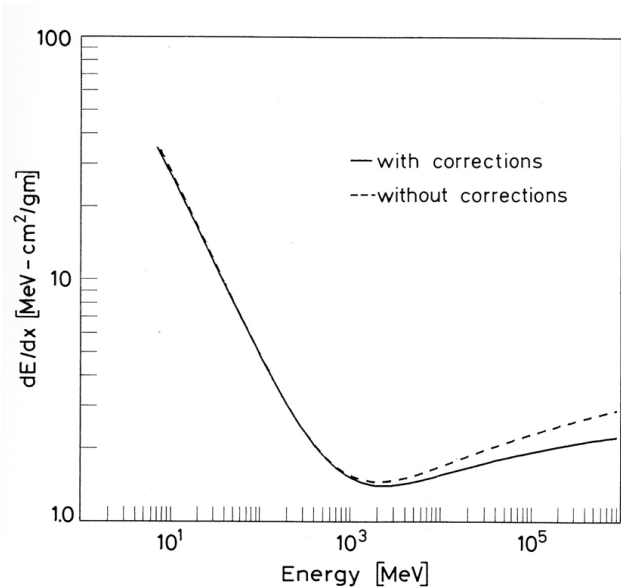


図1-2 Bethe-Blochの式で密度補正と殻補正を用いる場合と用いない場合の比較

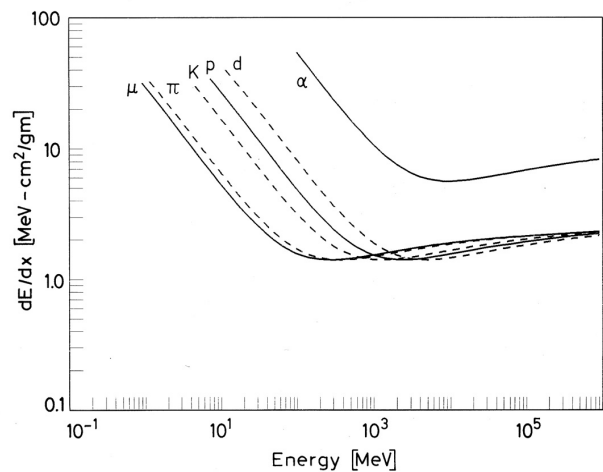


図1-3 Bethe-Blochの式から計算された様々な粒子の阻止能のエネルギー依存性

1.6 dE/dx のスケール則

同じ物質に入射した種々の粒子の dE/dx を与える Bethe-Bloch の式は、以下のような形式で考えることができる。

$$-\frac{dE}{dx} = z^2 f(\beta), \quad (1-23)$$

ここで、 $f(\beta)$ は入射粒子の速度のみを変数とする関数である。このようにまとめると、任意の物質に入射した重い荷電粒子のエネルギー損失は、粒子の電荷と速度のみに依存する。入射粒子の運動エネルギー T は全エネルギー $Mc^2/\sqrt{1-\beta^2} = \gamma Mc^2$ と静止エネルギー Mc^2 の差 $T = (\gamma - 1) Mc^2$ で与えられるので、入射粒子の速度は T/M の関数 $\beta = g(T/M)$ とすることができる。そこで、(1-23)式を変換すると

$$-\frac{dE}{dx} = z^2 f'(T/M). \quad (1-24)$$

この関係を使うと、以下のようなスケール則を得る。まず、質量 M_1 、電荷 z_1 の粒子がある物質に入射したときのエネルギー損失 $-dE_1/dx$ が与えられているとする。このとき、質量 M_2 、電荷 z_2 、運動エネルギー T_2 の粒子が同じ物質に入射したときのエネルギー損失 $-dE_2/dx$ を求めるには、 $-dE_1/dx$ の運動エネルギーを $T = T_2 (M_1/M_2)$ とし、電荷比の係数 $(z_2/z_1)^2$ を掛け、

$$-\frac{dE_2}{dx}(T_2) = -\frac{z_2^2}{z_1^2} \frac{dE_1}{dx} \left(T_2 \frac{M_1}{M_2} \right), \quad (1-25)$$

とすれば良い。

1.7 物質阻止能

dE/dx が物質厚さの単位で与えられている場合は、 dE/dx の値は物質にあまり依存しなくなる。このことは、Bethe-Blochの式を以下のように変形すると明らかになる。

$$-\frac{dE}{d\varepsilon} = -\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = z^2 \frac{Z}{A} f(\beta, I), \quad (1-26)$$

ここで、 $d\varepsilon = \rho dx$ である。原子番号 Z が大きく変化しなければ、(1-26)式の係数 Z/A はあまり大きく変化しない。さらに、 $I(Z)$ は(1-15)式の \ln の項に含まれるので、大きな変化はしない。したがって、 $dE/d\varepsilon$ はほとんど物質に依存しなくなる。例として、運動エネルギーが 10 MeV の陽子が物質厚さ 1 g/cm^2 の銅で損失するエネルギーは、同じ物質厚さのアルミニウムや鉄で損失するエネルギーと等しい。

1.8 混合物や化合物の場合の dE/dx

重い荷電粒子が混合物や化合物に入射した場合、 dE/dx の厳密な値は実験により求めなければならない。しかし、化合物や混合物に含まれる個々の元素に関する dE/dx を、個々の元素の含有

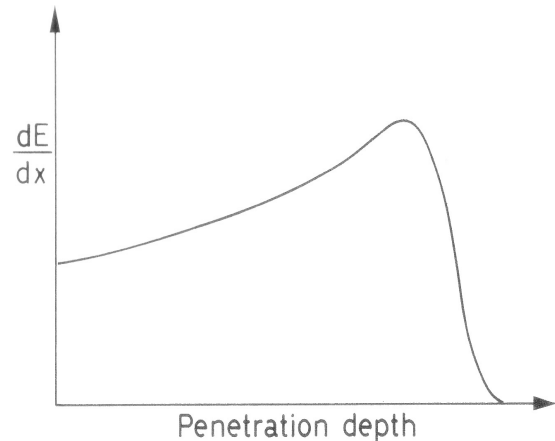


図 1-4 入射粒子の物質中の侵入深さの関数としたときの例。Bragg 曲線

率で重みをつけて平均することで dE/dx の近似値を求めることができる。このとき以下の式のようになる。

$$\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = \frac{w_1}{\rho_1} \left(\frac{dE}{dx} \right)_1 + \frac{w_2}{\rho_2} \left(\frac{dE}{dx} \right)_2 + \dots \quad (1-27)$$

ここで、 w_1, w_2 は化合物に含まれる元素1, 2, ...の重量比である。分子 M に含まれる i 番目の元素の原子が a_i 個あるとすると、

$$w_i = \frac{a_i A_i}{A_m} \quad (1-28)$$

となる。 A_i は i 番目の元素の質量数で、 $A_m = \sum a_i A_i$ である。

(1-27)式の関係を実算するとき、(1-15)式に含まれるパラメーターについては以下のような実効的な値を使用する。

$$Z_{eff} = \sum a_i Z_i \quad (1-29)$$

$$A_{eff} = \sum a_i A_i \quad (1-30)$$

$$\ln I_{eff} = \sum \frac{a_i Z_i \ln I_i}{Z_{eff}} \quad (1-31)$$

$$\delta_{eff} = \sum \frac{a_i Z_i \delta_i}{Z_{eff}} \quad (1-32)$$

$$C_{eff} = \sum a_i C_i \quad (1-33)$$

1.9 Bethe-Blochの式の適用限界

(1-15)式で与えられる殻補正や密度補正を加えたBethe-Blochの式は、 dE/dx の値を評価するために使用される。相対論的な高エネルギー領域から $\beta \approx 0.1$ までのエネルギー領域において、素粒子と α 粒子までの核子に関する(1-15)式から計算される dE/dx の値は数%の精度である。入射粒子の電荷効果の補正を行うことで、この精度はさらに向上するし、また、入射粒子として $z \approx 26$ 程度まで拡張することができる。

$\beta \leq 0.05$ の低エネルギー領域になると、いかなる補正を加えてもBethe-Blochの式は適用できなくなる。 $0.01 \leq \beta \leq 0.05$ の領域においては、陽子のエネルギー損失を評価するための十分な理論は得られていない。

1.10 チャネリング

重い荷電粒子が結晶のような空間的に対称な原子配置の構造を有する物質に入射したときに、チャネリングが発生してBethe-Blochの式が適用できない場合がある。チャネリングは、荷電粒子が結晶の対称軸に関する臨界角より小さい角度で入射したときに発生する。臨界角より小さい角度で入射した荷電粒子が結晶面を通過するとき、図1-5に示されるように、荷電粒子は一連の周期的な小角散乱を繰り返しながら結晶面のチャンネル（原子配列の間）をガイドされる。一連の周期的な小角散乱により、荷電粒子は結晶のチャンネル内をゆっくりと振動する軌道を描きながら比較的長距離まで到達する。一般的に、振動する軌道の波長は格子定数より遥かに長い。結晶チャンネル内を振動しながら通過する荷電粒子が相互作用する電子数は、Bethe-Blochの式において想定される通常の場合より少ない。従って、チャネリングを起こす荷電粒子のエネルギー損失は通常の場合より小さくなる。結晶に荷電粒子を入射する場合は、結晶軸の方向に注意して、チャ

ネリングが発生しないように入射角を設定することが重要である。

一般に、チャネリングが発生する臨界角は $\beta \approx 0.1$ の時に約 1° と小さく、エネルギーが増加するとさらに小さくなる。 a_0 をBhor半径、 d を格子定数とすると臨界角は

$$\phi_c \approx \frac{\sqrt{z(Z/A)}(a_0/d)}{1670\beta\sqrt{\gamma}} \quad [\text{rad}], \quad (1-34)$$

で与えられる。入射角が $\phi > \phi_c$ の場合はチャネリングは発生しない。

1.11 飛程

荷電粒子が物質に入射したとき、エネルギーを連続的に損失するならば、エネルギーが等しい同じ種類の荷電粒子が同じ物質に入射したとき、ある特定の距離だけ通過することができ、この距離を飛程と呼ぶ。飛程の値は物質の種類、入射粒子の種類及び荷電粒子の入射エネルギーに依存している。

実験的に、飛程はあるエネルギーを有する荷電粒子のビームを様々な厚さの物質に入射し、入射時のビーム強度と透過したビーム強度の比から定められる。物質厚さに対するビーム透過率の実験結果の典型的な曲線を図1-6に示す。厚さが薄いときは（実効的に）全ての粒子が通過する。厚さが飛程近傍になると、透過率が急

激に減少する。しかし、飛程になったとたんに階段関数のように透過率がバックグランドレベルへ落ち込むわけではない。透過曲線はある傾きで減少し、この傾きが厚さにある幅を与える。この幅はエネルギー損失が図1-4に示すような連続関数で与えられるからではなく、衝突が確率事象であることに起因する。実際、同じエネルギーを有する2個の同じ荷電粒子が同じ物質に入射しても、物質中での衝突回数やエネルギー損失はそれぞれで異なる。したがって、同じエネルギーを有する同じ種類の荷電粒子の集団で測定を行っても、飛程の測定値はある平均値を中心として統計的な広がりを持つ。この現象を飛程のストラグリングと呼ぶ。第一近似としてストラグリングの幅はガウス分布で与えられる。飛程の分布の平均値を平均飛程と呼び、図1-6において、透過率が0.5になる厚さに相当する。平均飛程は入射粒子の約1/2が吸収される厚さになる。入射した粒子のほぼ全てが吸収される物質の厚さは、透過曲線が1/2になる点における接線とバックグランドレベルとの交点で予測され、外挿飛程と呼ばれる。

エネルギー T_0 の荷電粒子の飛程は以下の式で計算される。

$$S(T_0) = \int_0^{T_0} \left(\frac{dE}{dx} \right)^{-1} dE \quad (1-35)$$

(1-35)式では、入射粒子が物質中でジグザグ軌道を描く原因となる多重クーロン散乱は無視している。通常、粒子の軌道を直線近似して得られる飛程は、ジグザグ軌道に沿った飛程より短くなる

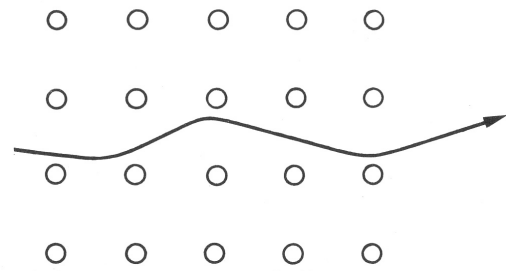


図1-5 チャネリングの概念

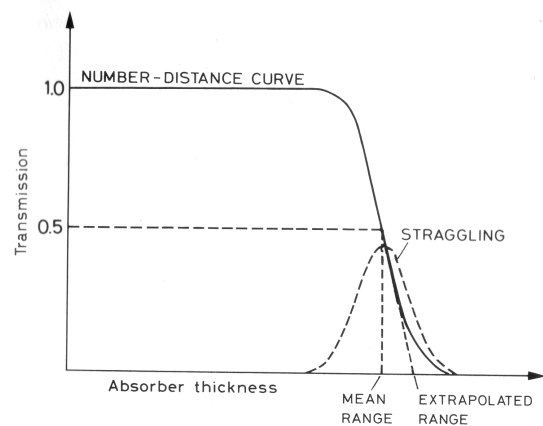


図1-6 荷電粒子の物質中の典型的な透過曲線の例と飛程の関係

が、重い荷電粒子の場合は多重クーロン散乱の効果が小さくなるので、良い近似となる。実際によく用いられる半経験的な式は

$$R(T_0) = R_0(T_{min}) + \int_{T_{min}}^{T_0} \left(\frac{dE}{dx} \right)^{-1} dE \quad (1-36)$$

で与えられる。 T_{min} はBethe-Blochの式が適用可能である最小エネルギーを示す。また、 $R_0(T_{min})$ は経験的に求められた低エネルギー領域のエネルギー損失を補正する定数である。(1-36)式を使って計算した結果は数%の精度である。

図1-7はいくつかの粒子について計算した飛程と入射エネルギーの関係を示す。図において、飛程とエネルギーの関係は横軸と縦軸が対数スケールでほぼ直線を示している。したがって、

$$R \propto E^b, \quad (1-39)$$

という関係が期待される。一方、それほど高いエネルギー領域でなければ阻止能を与えるBethe-Blochの式も $1/\beta^2$ の項が効いているので、

$$-\frac{dE}{dx} \propto \frac{1}{\beta^2} \propto \frac{1}{T}, \quad (1-40)$$

となり、この式を積分すると

$$R \propto T^2, \quad (1-41)$$

を得る。この関係は(1-39)式と矛盾しない。このエネルギー領域において精度良くにフィッティングして得られた結果は

$$R \propto T^{1.75}, \quad (1-42)$$

であり、(1-41)式は悪い近似でないことを示す。

dE/dx のスケール則(1-25)式と同様に、異なる粒子が同じ物質に入射する場合の飛程のスケール則も以下のように得られる。

$$R_2(T_2) = \frac{M_2 z_1^2}{M_1 z_2^2} R_1 \left(T_2 \frac{M_1}{M_2} \right), \quad (1-43)$$

同じ種類の荷電粒子が異なる種類の物質に入射する場合には、Bragg-Kleeman則として知られる次のような粗い近似がある。

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho_2 \sqrt{A_1}}{\rho_1 \sqrt{A_2}}, \quad (1-44)$$

ここで、 ρ と A は物質の密度と原子量である。化合物の場合は以下のような近似式がある。

$$R_{comp} = \frac{A_{comp}}{\sum \frac{a_i A_i}{R_i}}. \quad (1-45)$$

ここで、 A_{comp} は化合物の分子量である。 A_i と R_i は*i*番目の元素の原子量と飛程を示す。 a_i は化合物に含まれる*i*番目の元素の原子の数である。

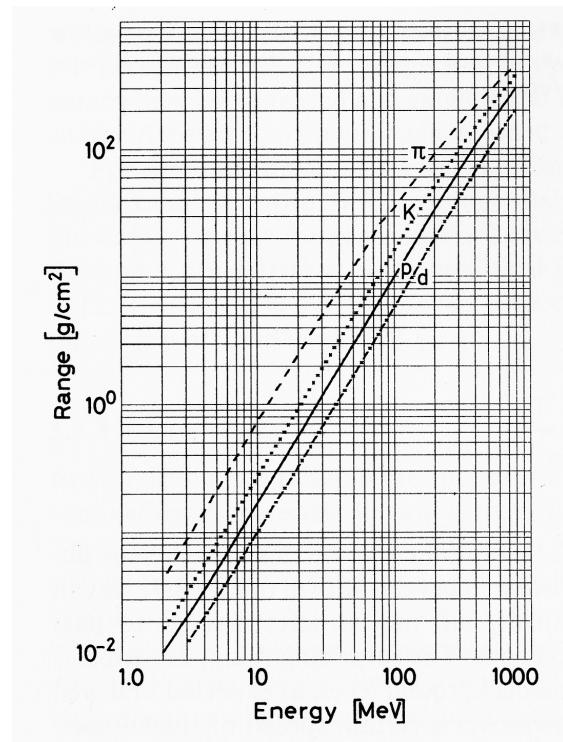


図1-7 荷電粒子がアルミニウムに入射した場合の飛程の計算結果