

核データチュートリアル
2015年11月20日
いばらき量子ビーム研究センター

核データ共分散の利用法 2015

日本原子力研究開発機構 (JAEA)

石川 眞



お話し of 目的

高速炉の炉心解析・炉心設計 of 分野で、核データ of 共分散がどのように利用されているかを、知っていただくこと

(内容)

1. 共分散利用 of 背景

→ 動機、V&V・UQへの要求、学会標準 of 制定、核設計での対応

2. 核データ of 共分散とは？

→ 定義、例 of 提示、相関係数 of 意味、共分散評価法

3. 共分散を用いた炉心核特性 of 予測精度評価法

→ 高速炉心核特性 of 特徴、誤差 of 発生要因、感度係数、精度評価式

4. 共分散を活用した炉心核設計 of 精度向上方策

→ 積分実験、炉定数調整法、(参考：E/Cバイアス補正法)



1. 共分散利用の背景



共分散(=誤差マトリックス)は、唯一の真値が期待されるいわゆる「物理量」ではありませんが、「物理的に評価される量」です。

核データ共分散評価の動機

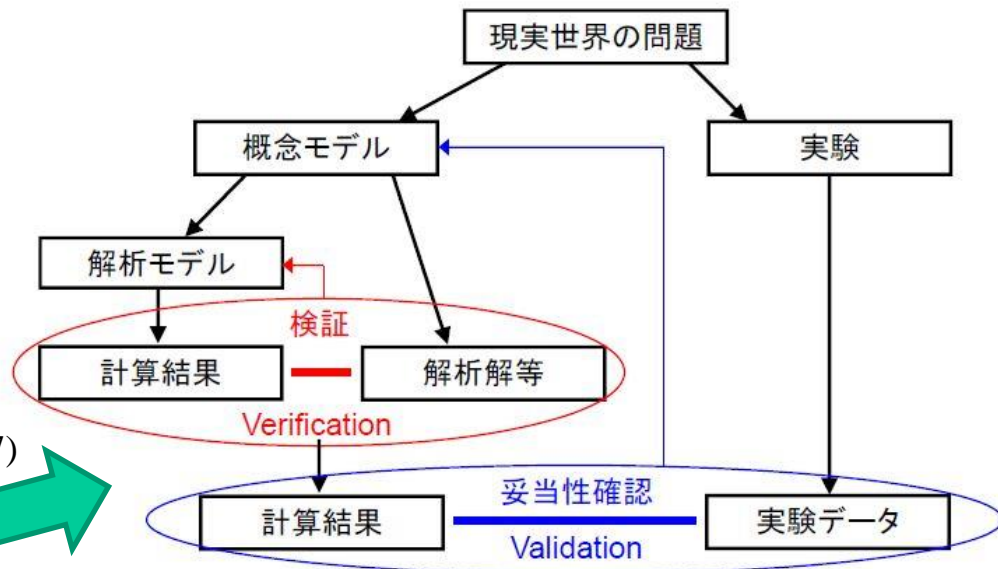
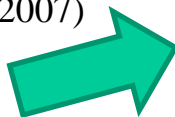
- ✓ 神田幸則：「共分散評価WG」、核データニュース、No.49、1994年10月 . . . 核データに対する共分散は核データ分野では古い話題である。それが今何故にWGを作って評価しようとしているのか。一言で言えば、**需要があるからである。 核データは、物理定数の一種であるから、 . . . 物理定数に当然付随すべき誤差すなわち共分散を評価しファイル化するのが順当な計画である。**
- ✓ Donald L. Smith : “*Nuclear Data Uncertainties in 2004: A Perspective,*” Int. Conf. on Nuclear Data, Santa Fe, Sep. 2004. . . . Thus, the principal motivations for understanding uncertainty and developing methods that apply the tools of statistics stem mainly **from practical considerations.** These can be summed up by the **“big three” motivators: “safety,” “cost,” and “reliability.”**
- ✓ M. Salvatores: “*Advanced fuel cycles and R&D needs in the nuclear data field,*” Workshop on Nuclear Physics and Related Computational Science R&D for Advanced Fuel Cycles (GNEP), Maryland, Aug. 2006. . . . **How to meet requirements... The task to assess credible requirements requires a tight co-operation of nuclear physicists, reactor physicists and reactor system designers. A major challenge: the nuclear data covariance assessment.**

Verification and Validation (V&V)の動向 (検証と妥当性確認)

<世界>

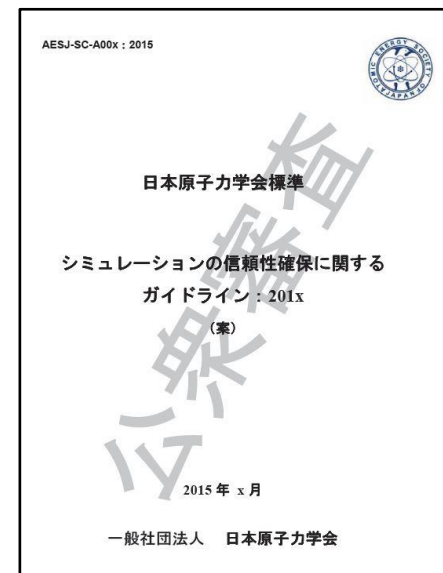
- USNRC: Evaluation Model Development and Assessment Process (2005)
- ASME: V&V 10(固体(構造)力学)(2006), V&V 20(数値流体力学及び伝熱工学)(2009), V&V 30(原子炉設計熱流動)(Draftまで)
- NASA: Standard for Models and Simulations (2008)
- OECD/NEA: Best Practice Guidelines (2007)
- ...

キーワード: UQ
(Uncertainty Quantification)



<日本>

- 日本計算工学会
 - ー工学シミュレーションの品質マネジメント(第2版)(2014)
 - 日本原子力学会
 - ー計算科学技術部会:シミュレーションの信頼性WG(2010-2012)
 - ー標準委員会:シミュレーションの信頼性検討タスク(2009-2010)
 - シミュレーションの信頼性分科会(2012-)
- 2015年9月1日、「**原子力学会標準:シミュレーションの信頼性確保に関するガイドライン**」報告書に対するパブリックコメント受付を完了。まもなく、公的に採用される予定。



高速炉核設計におけるV&V・UQ案

エレメント1: 概念モデルの開発

<注目すべきシステム応答変量>
積分核特性(臨界性、制御棒価値..)

エレメント2: 数学的モデル化

<数値的不確かさ定量化>
○解析モデル誤差
Vm: 各種補正の一定割合を標準偏差
(モンテカルロ計算を参照解)

<入力不確かさ定量化>
○核データ起因誤差(核データ共分散から評価)
(GMG^t)
○実体系起因誤差(実際の炉心と解析体系の差)
V_{ext}

エレメント3: 物理的モデル化

<妥当性確認用データベース>
2012年JAEA報告書+新規実験

<実験不確かさ定量化>
2012年JAEA報告書の
誤差要因相関法

<(妥当性確認実験に対する)不確かさ統合>
積分実験データベースの解析によるC/E値のばらつきと誤差評価値の整合性確認
* 解析手法および不確かさ評価の妥当性を確認

<統合モデル不確かさ定量化>
運転状態の炉心特性

<個別モデル不確かさ定量化>
中性子束分布計算、燃焼計算...など

<(設計炉心の)予測による不確かさ拡大の定量化>
実機に対する $V_{total} = GMG^t + V_m + V_{ext}$

エレメント4: シミュレーションモデルの予測性能判断

<モデル予測性能定量化>
設計予測精度

エレメント4:
シミュレーションモデルの
予測性能確認

適切なエレメントに戻り
更新を実施

<計算コードの予測性能は要求範囲か?>
設計精度評価値と設計要求値の比較

不確かさを考慮した
予測計算

<By the way>

「不確かさの定量評価」が困難な理由 (私見 or 偏見)

不確かさの定量評価は、誰にとって必要なのか？



ある物理量・製作物を作る人自身 (A)ではなく、**それを使って次の段階の物理量・製作物を作りたい人(B)**が、Aの定量的な不確かさを必要としている。

不確かさを評価する人と、使いたい人が異なる。

- + 手間が最確値評価の十倍はかかる、
- + 結果の妥当性への主張が難しい、
- (+ そして、あまり報われない . . .)

核データ・炉物理分野における定量的不確かさの流れ

順序	Bの定量的な不確かさを 使用して得られる 物理量・製作物 (A)	Aの不確かさの 定性的性質と定量的な 値を必要とする人 (B)
1	(放射線の検出器効率や、 サンプルの同位体組成)*	核断面積の測定者
2	核断面積の 測定値・論文	核データの評価者
3	評価済みの 汎用核データライブラリ	臨界実験の解析者、 炉物理モデル・コードの 開発者
4	(炉物理臨界実験データ)*	原子炉の設計メーカー、 炉定数の調整者
5	積分実験解析の C/E 値	原子炉設置者 (電力)
6	対象炉心の 核特性設計値	許認可を行う国の機関 (炉心 特性評価や安全解析の 確認)・公衆
7	設計対象炉心の 事象及び事故解析結果	

* () は、不確かさ授受の流れに必ずしも乗っていないことを示す。

2. 核データの共分散とは？



最後に参照文献を提示しましたので、
より深く知りたい方は見て下さい。

共分散の定義

(教科書) Donald L. Smith: "Probability, Statistics, and Data Uncertainties in Nuclear Science and Technology", OECD/NEA, 1991

✓ 分散 (Variance): $\mu_{ii} = \text{var}(x_i) = \langle (x_i - m_{0i})^2 \rangle$ for $i = 1, n$

- 標準偏差 (Standard deviation): 「絶対値」に対する自信の度合い

$$\sigma_i = \text{std}(x_i) = \sqrt{\text{var}(x_i)} \quad (m_{0i} = \langle x_i \rangle: \text{mean value})$$

✓ 共分散 (Covariance):

$$\mu_{ij} = \text{COV}(x_i, x_j) = \langle (x_i - m_{0i})(x_j - m_{0j}) \rangle \quad \text{for } i, j = 1, n \text{ with } i \neq j$$

- 相関係数 (Correlations): 共分散を「規格化」したもの: 「Shape」に対する自信の度合い

$$\rho_{ij} = \frac{\mu_{ij}}{\sqrt{\mu_{ii}\mu_{jj}}} = \frac{\text{COV}(x_i, x_j)}{\text{std}(x_i) \times \text{std}(x_j)} \quad \text{where, } -1 \leq \rho_{ij} \leq 1$$



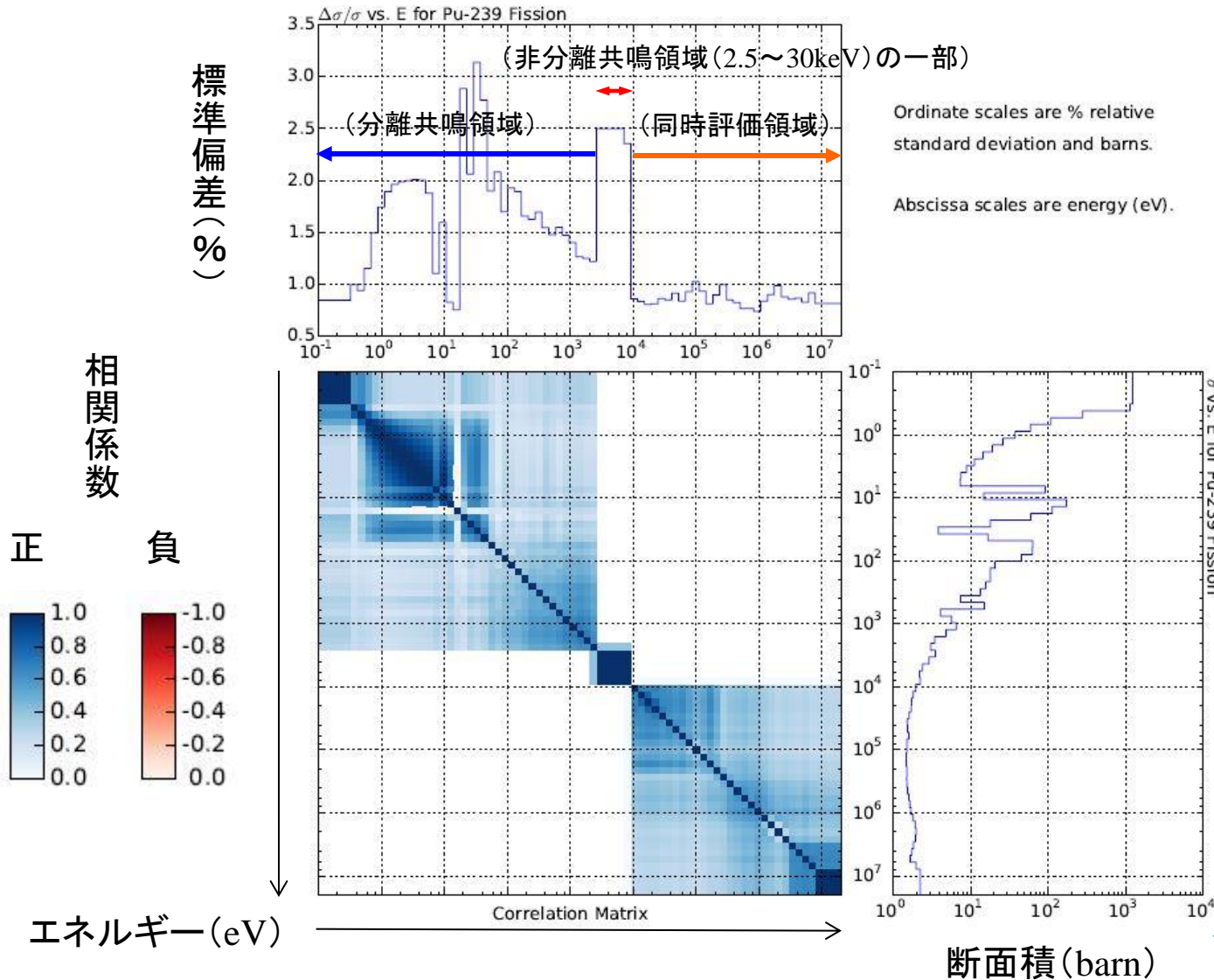
併せて、**分散・共分散行列** (variance-covariance matrix) (または単に、共分散行列) と呼ぶ。

→ 対称性をもつ (symmetric)、半正定値 (positive-semidefinite) の行列



核データ共分散の例

(Pu-239核分裂反応 vs. Pu-239核分裂反応)



JENDL-4.0

↓
70群構造



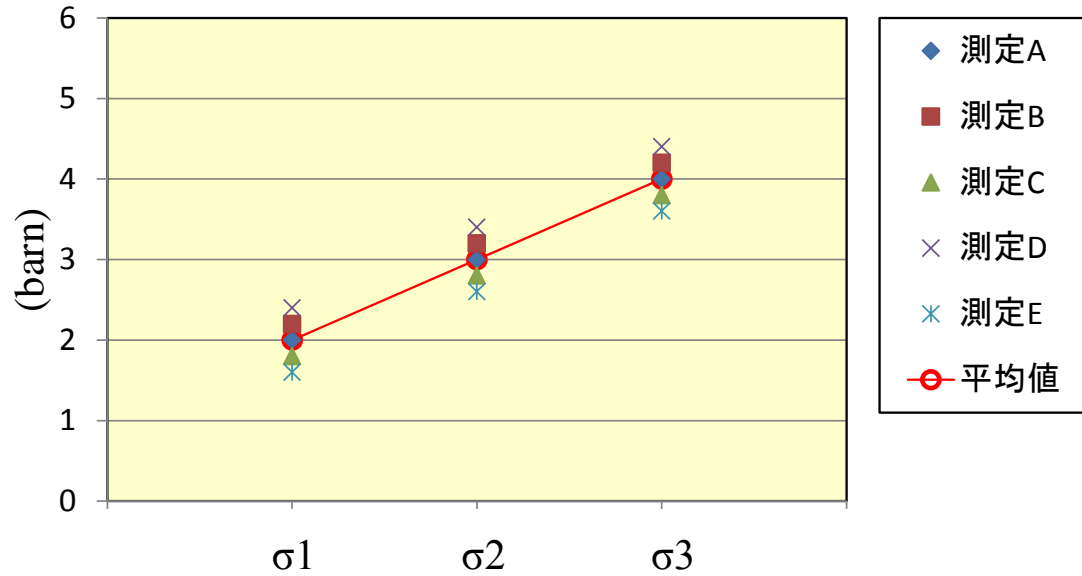
相関係数の意味 (1/3)

(基本ケース: 完全相関)

エネルギー、核種、反応など (barn)



項目	断面積 σ_1	断面積 σ_2	断面積 σ_3
測定A	2.0	3.0	4.0
測定B	2.2	3.2	4.2
測定C	1.8	2.8	3.8
測定D	2.4	3.4	4.4
測定E	1.6	2.6	3.6
平均値	2.00	3.00	4.00
標準偏差	0.28	0.28	0.28



相関係数
マトリックス

断面積	σ_1	σ_2	σ_3
σ_1	1	+1.00	+1.00
σ_2	+1.00	1	+1.00
σ_3	+1.00	+1.00	1

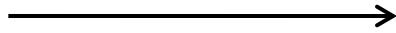
相関係数 σ_1 vs. σ_3 の内訳

測定A	0.00
測定B	+0.10
測定C	+0.10
測定D	+0.40
測定E	+0.40
合計	+1.00

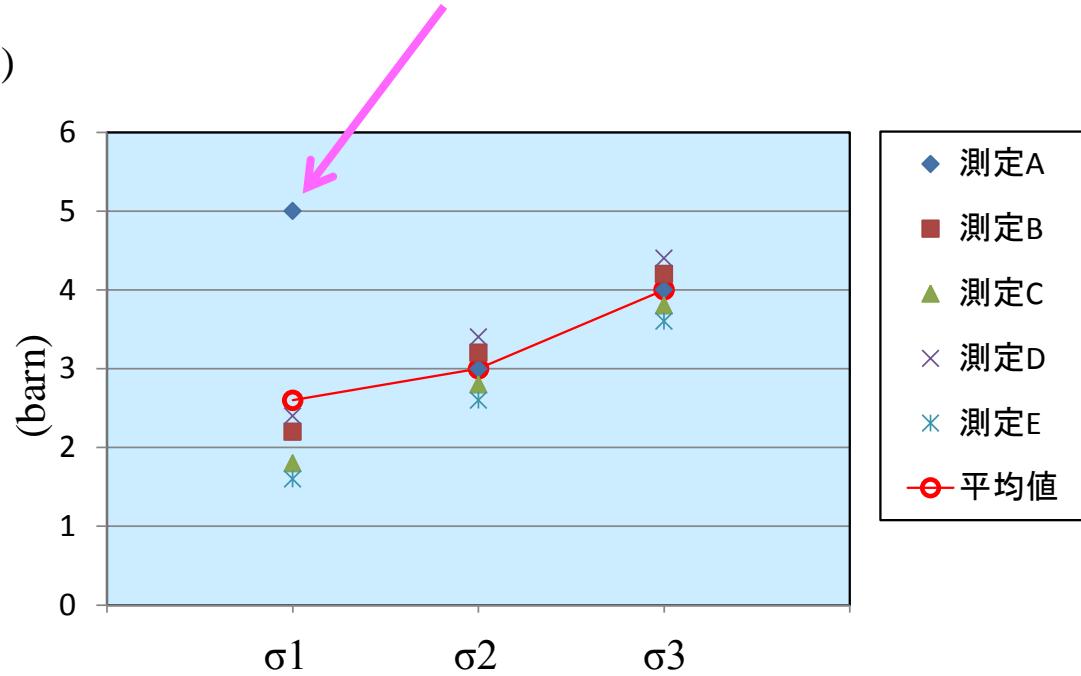
相関係数の意味 (2/3)

(変化ケース1: 1つのデータのみ 5barnに変更)

エネルギー、核種、反応など (barn)



項目	断面積 σ_1	断面積 σ_2	断面積 σ_3
測定A	5.0	3.0	4.0
測定B	2.2	3.2	4.2
測定C	1.8	2.8	3.8
測定D	2.4	3.4	4.4
測定E	1.6	2.6	3.6
平均値	2.60	3.00	4.00
標準偏差	1.23	0.28	0.28



相関係数
マトリックス

断面積	σ_1	σ_2	σ_3
σ_1	1	+0.23	+0.23
σ_2	+0.23	1	+1.00
σ_3	+0.23	+1.00	1

相関係数 σ_1 vs. σ_3 の内訳

測定A	0.00
測定B	-0.05
測定C	+0.09
測定D	-0.05
測定E	+0.23
合計	+0.23

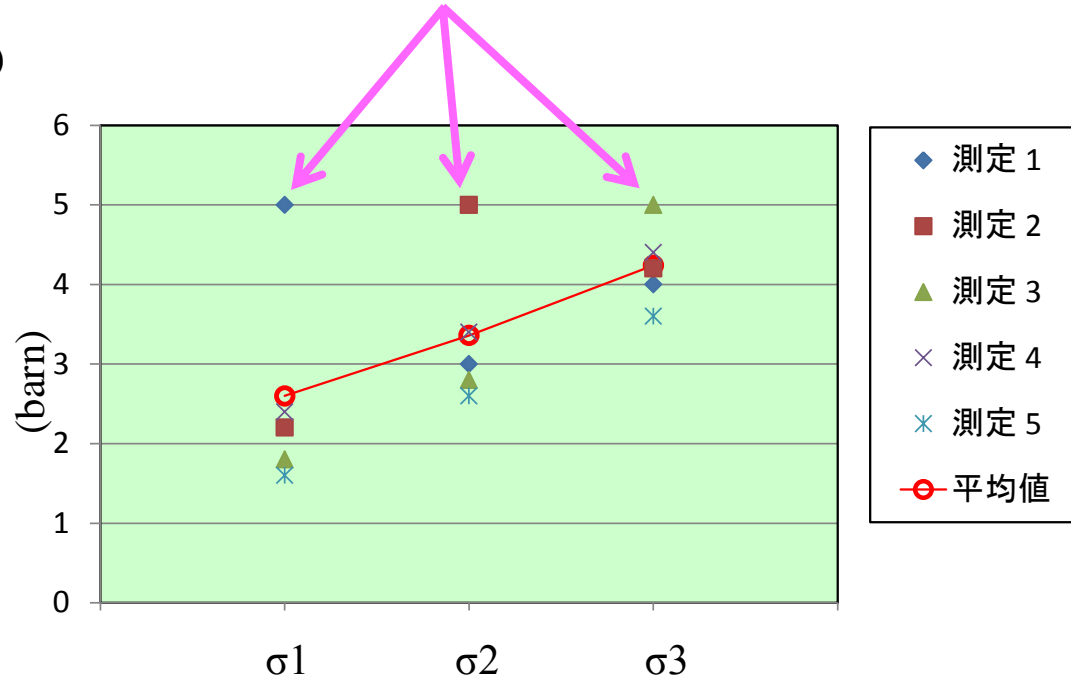
相関係数の意味 (3/3)

(変化ケース2: 3つのデータを 5barnに変更)

エネルギー、核種、反応など (barn)



項目	断面積 σ_1	断面積 σ_2	断面積 σ_3
測定A	5.0	3.0	4.0
測定B	2.2	5.0	4.2
測定C	1.8	2.8	5.0
測定D	2.4	3.4	4.4
測定E	1.6	2.6	3.6
平均値	2.60	3.36	4.24
標準偏差	1.23	0.86	0.46



相関係数
マトリックス

断面積	σ_1	σ_2	σ_3
σ_1	1	-0.06	-0.20
σ_2	-0.06	1	+0.04
σ_3	-0.20	+0.04	1

相関係数 σ_1 vs. σ_3 の内訳

測定A	-0.20
測定B	+0.01
測定C	-0.21
測定D	-0.01
測定E	+0.22
合計	-0.20

ピールのパズル(1/2)

(Peelle's Pertinent Puzzle: PPP)

- ① 一つの物理量 D に対して、二つの測定データ $d_1 = 1.5$ と $d_2 = 1.0$ (\equiv ベクトル d) がある。
- ② d_1 と d_2 は各々、**10%の独立な誤差**と、**20%の共通な誤差**を持っているものとする。
→ d_1 と d_2 の**平均値** d_{ave} (+標準偏差 $\sigma_{d_{ave}}$) を求めよ。

<一般化最小二乗法による解>

d_1 と d_2 の共分散: $M = \begin{bmatrix} 1.5^2 \times (0.1^2 + 0.2^2) & 1.5 \times 1.0 \times 0.2^2 \\ 1.5 \times 1.0 \times 0.2^2 & 1.0^2 \times (0.1^2 + 0.2^2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1125 & 0.06 \\ 0.06 & 0.05 \end{bmatrix}$

d_1 と d_2 の感度行列 (design matrix): $G = [1.0 \quad 1.0]$

相関係数 $R = \begin{bmatrix} 1.0 & +0.8 \\ +0.8 & 1.0 \end{bmatrix}$

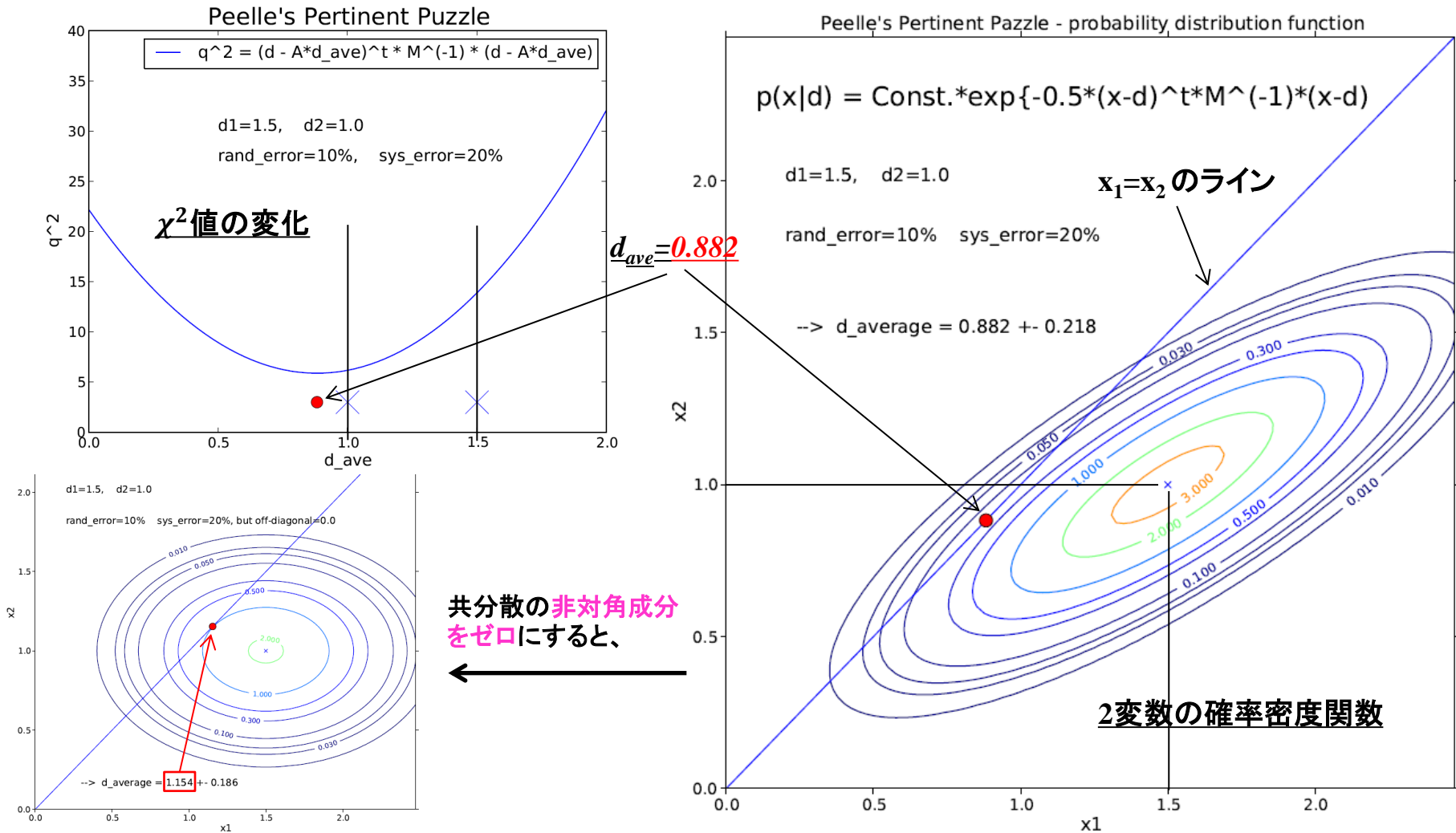
平均値: $d_{ave} = (G^t M^{-1} G)^{-1} G^t M^{-1} d = \underline{0.882}$

標準偏差: $\sigma_{d_{ave}} = \sqrt{(G^t M^{-1} G)^{-1}} = 0.218$



ピールのパズル(2/2)

(確率密度関数からの解釈)



(Ref.) 1. D.L.Smithの教科書、pp.205~209、1991。
 2. 千葉敏:「ピールのパズルについて」、核データニュース No.41、N0.42、1992。
 3. K.M.Hanson, T.Kawano, et al.: "Probabilistic interpretation of PPP and its resolution", Proceedings of ND2004, pp.304~307、2004。
 4. D.Neudecker, et al.: "PPP: A Fake Due to Improper Analysis", NSE 170, pp.54~60、2012。

(*注) 上記の解は、B.G. 誤差など相関が線形 (additive) である時にのみ有効である。規格化誤差など非線形 (multiplicative) には適用できない。(後者の厳密解は、 $d_{ave}=1.21 \pm 0.30$ になる。)

核データ共分散の評価法（1/2）

＜大原則＞ 共分散は、**ライブラリ評価で使用した方法と整合**したものでなければならない。核データの最確値評価と同時に共分散も得ることが最も望ましい。（言い換えれば、2つのライブラリの、ある断面積評価値がたまたま同じであったとしても、一方が豊富な実験データと詳細な核データモデル理論に基づいて評価しているのに対して、他方はあやふやなシステムティックスなどからラフに推定しただけとすれば、その共分散は当然異ならなければならない。）

＜代表的な共分散評価法＞

1. 一般化最小二乗法

もし、あるエネルギー範囲での**核データ測定値が豊富にある場合**には、一般化最小二乗法（GMA*コードなど）により、その最確値と共分散を同時に得ることができる。ただし、信頼できる結果を得るためには、**実験データの誤差（統計誤差および系統誤差）を定量的に推定**する必要があるが、一般に、これは非常に困難であると言われている（e.g., Ref.4-6）。

特に、系統誤差については、PPPから分かるようにその発生メカニズムまで理解したうえで、最確値及び共分散を推定する手法を決定する必要がある。JENDL-4.0においては、主要核種の連続エネルギー領域での核分裂断面積の評価に、複数の核種断面積測定値を同時に一般化最小二乗法でスプライン関数にfittingする「**同時評価法（SOK**コード）**」が用いられたが、ここでは、上記の**系統誤差の情報**が不十分であることを勘案して、計算で得られた**標準偏差に対して一律のファクター2.0**を乗じて、JENDL-4.0の共分散としたとのことである（Ref.3-7）。

* GMA: Gauss-Markov-Aitken.

** SOK: Simultaneous evaluation On KALMAN.



核データ共分散の評価法 (2/2)

<代表的な共分散評価法(続き)>

2. 分離共鳴領域

JENDL-4.0では、U-235、238、Pu-239などの主要アクチノイドの分離共鳴領域に、測定データをR-matrixでfittingするSAMMYコードを用いてORNLが評価した分離共鳴パラメータとその共分散が採用されている。(ただし、分離共鳴パラメータの共分散(File32)は膨大な量であるため、これを断面積共分散(File33)に変換してJENDL-4.0に格納された。) なお、SAMMYコードの生計算結果である共分散はやはり過小評価であると判断されたため、バックグラウンド誤差、規格化誤差などの相関を解析に入れることにより、より妥当な値に調整された(Ref.4-4)とのことである。

3. Kalmanフィルタ法

理論計算の核モデルパラメータを、断面積測定値を用いてBayes推定により最適化する方法であり、九州大学とJAEAが開発したKALMANコード(Ref.2-1)と、各国の核データ理論計算コード(CONE、GNASH、EMPIRE、TALYSなど)を組み合わせることで共分散評価に用いられる。この方法の最大の利点は、核理論モデルを通じて、実験データのないエネルギー領域に対しても、共分散評価を外挿することができることである。一方、核モデルパラメータの感度係数を使用することから評価の線形性を前提とすること、核理論モデル自体の欠陥を共分散評価に反映できないことなどの欠点がある(Ref.4-7)。また実験データの相関に関わる問題は、他の方法と同様である。

4. モンテカルロ(MC)法

近年の計算機能力の向上に伴って実用化されつつある。MC法の利点は核モデルパラメータの感度係数を使用しないため、線形性の仮定が必要でないことであるが、核モデルパラメータのsamplingのために、その事前予測誤差と分布形状・相関を準備する必要がある。また、核理論モデル自体の欠陥や実験データに関する課題は他のBayes推定法と同様である。

3. 共分散を用いた炉心核 特性の予測精度評価法



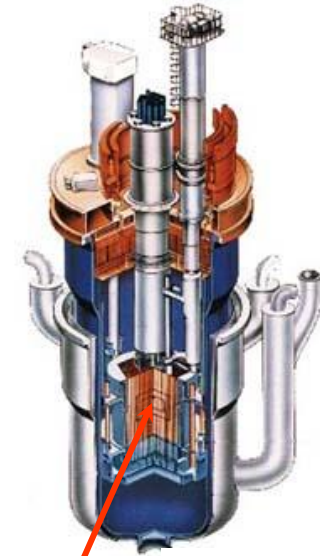
感度係数とセットで利用されます。

高速炉心における核特性評価の特徴

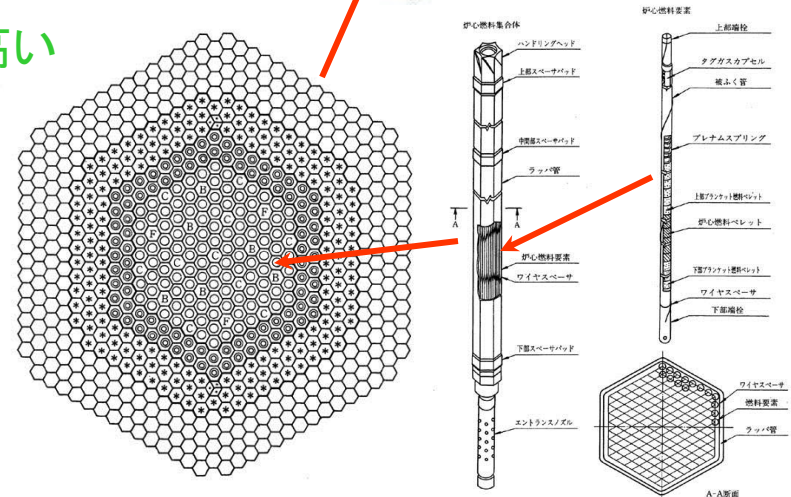
- ★ 燃料ペレット、被覆管、冷却材、ラッパ管、複数Pu富化度などからなる複雑な非均質構造をもつ。
- ★ 核分裂スペクトルの数MeV領域から、実効的な寄与がなくなる数10eVまでの5桁にも及ぶ広いエネルギー範囲での中性子減速・吸収過程を精度良く評価する必要がある。
- ★ 評価誤差の主要な部分が、物性値(核データ)の不確かさに起因する。
- ★ 他の工学分野(熱流力、燃料等)に比べ、高い目標精度を要求される。 → 次頁。



- A. 解析手法の詳細化
- B. 積分模擬実験の反映による実機設計予測精度の向上



高速原型炉「もんじゅ」



(※石川眞、山本敏久、竹田敏一：「高速炉核特性解析システムの高度化」、原子力学会和文誌、Vol.36、pp.1031-1038、1994年)

高速炉核特性の目標精度と誤差の影響

◆ 臨界性： 目標 → $\pm 0.3\% \Delta k$ ※1, 2 (1 σ)

◇ 従来の設計誤差: $0.5 \sim 1.0\% \Delta k$ → 大型炉では周辺燃料集合体の10~20体の不確かさに相当。これをカバーするために、制御棒の過大装備、燃料のPu富化度変更などの設計対応が必要。

◆ 出力分布： 目標 → $\pm 3\%$, $\pm 4\%$ ※2 (2 σ)

◇ 従来の設計誤差: 5% → 最大線出力で約20Wの余裕を見込む必要があり、事故時の燃料未熔融制限が厳しい。このために、安全保護系の過重化、炉心の低線出力化(炉心の大型化、燃料ピン本数の増大)などを招く。

◆ ドップラー反応度： 目標 → $\pm 14\%$ ※1, 2 (2 σ)

◇ 従来の設計誤差: 20~30% → 事故時に最も即発的に効く反応度であるため、検出系・制御系の応答速度要求等に直接関わる。

◆ ナトリウムボイド反応度： 目標 → $\pm 20\%$ ※1, $\pm 14\%$ ※2 (2 σ)

◇ 従来の設計誤差: 40~50% → もんじゅのULOF解析では、起因過程の発生機械エネルギーは炉容器内に収まったが、大型炉でもんじゅと同じ誤差を考慮した場合は、非常に厳しくなると予想される。

※1 高速増殖炉研究開発分科会第3検討Gr (炉心・燃料) (1996年4月)

※2 OECD/NEA/WPEC/ SG26報告書 (2008年)

高速炉心における核特性解析の流れ

(→ 現在は、汎用炉心解析システム *MARBLE* に集約)



- ・ JENDL-4.0
- (・ ENDF/B-VII.1)
- (・ JEFF-3.2)



- (処理)
- ・ NJOY
 - ・ TIMS



- ・ ABBN型70群JFS-3
- ・ 超微細群炉定数



- | | |
|-------------|-----------|
| (少数群) | (1群) |
| ・ SLAROM | ・ ORIGEN用 |
| ・ CASUP | |
| ・ SLAROM-UF | |



- ・ 簡易評価
- ・ JENDL-3.2, 3.3, 4.0



- ・ 臨界実験
- ・ 実機運転



- | | |
|------------|-------------|
| (拡散) | (拡散摂動) |
| ・ CITATION | ・ PERKY |
| (輸送) | (輸送摂動) |
| ・ TWOTRAN | ・ SNPERT |
| ・ TRITAC | ・ SNPERT-3D |
| ・ NSHEX | |



- | | | |
|--------------|---------|----------|
| (感度係数) | (炉定数調整) | (精度評価) |
| ・ SAGEP | ・ ABLE | ・ ACCEPT |
| ・ SEGEP-BURN | | |



(※横山賢治、羽様平、千葉豪、大木繁夫、石川眞：「高速炉サイクルの研究開発を支える解析システム V. 核特性解析コードシステムの開発と利用」、サイクル機構技報、No.17、pp.19-30、2002年12月)

高速炉心核設計における誤差の発生要因

1. 核データの不確かさに起因する核特性予測誤差

← 本日の主題。

2. 解析モデルの近似度に起因する核特性予測誤差

← 非均質性、エネルギー群数、3次元輸送効果、燃焼チェーンなど。

※ 加えて、*実機体系の不確かさ*（新燃料組成、幾何学形状、炉心温度、燃料交換パターン、制御棒運用、等） ← 設計の考え方に依存する。

＜積分実験解析データ(C/E値)を、精度向上に用いる場合＞

3. 実験(E)に関する誤差(測定、体系)と、実験解析(C)に関する誤差(解析モデル誤差、(縮小された)核データ誤差)

← 後述。



1989年の高速実証炉の核設計精度評価（例）

表4.2.1.1-14 実効増倍率の予測精度評価結果

誤差項目		誤差（2σ相当, %Δk）		備考
		均質炉心	軸非均質炉	
実験 解析	測定誤差	±0.08	±0.08	ANLの評価結果を適用
	C/E値のバラツキ	± — / ±0.32* ¹	± — / ±0.32* ¹	測定誤差と解析手法以外の要因により生ずるC/E値のバラツキ
	解析手法	±0.06	±0.10	70群無限メッシュ輸送計算（S _∞ ）に対する解析精度として評価
実 機 へ の 外 挿	非均質性	±0.2	±0.2	実験体系（プレート・ドロウ構造）に対する非均質性評価手法を実機体系（ピン・ラッパ管構造）に適用した場合の非均質効果評価上の誤差
	炉心組成 <内訳> ・ ²³⁹ Pu等価係数誤差 ・構造材密度係数誤差	±0.78 ±0.76 ±0.18	±0.78 ±0.76 ±0.18	実験体系と実機の炉心組成に基づく誤差について以下のように設定 ・等価フィッサイル富化度法を適用した場合の実機との燃料組成差に対する外挿誤差 ・実機との構造材組成差に対する外挿誤差
	炉心温度	±0.13 (±0.39)* ²	±0.15 (±0.45)* ²	実験体系と実機体系の炉心温度の差に伴う不確かさをドップラ係数の誤差（25%）と等温度係数の誤差（20%）を用いて設定
	炉心構成	± —	±0.20	軸非均質炉心に対しFCAの実験結果より内部ブランケット配置に対する誤差を設定
	炉心寸法	± —	± —	炉心寸法に対する外挿誤差は十分小さいとして無視
設計体 系の不 確かさ	炉心組成	±0.01	±0.01	等価フィッサイル富化度公差に対し設定
	炉心温度	± — (±0.18)* ²	± — (±0.17)* ²	設計上用いた炉心温度の不確かさに対し設定
誤差総計		±0.82 / ±0.88* ¹ (±0.92 / ±0.97)* ²	±0.85 / ±0.91* ¹ (±0.99 / ±1.04)* ²	

*1 制御棒数のC/E値依存性を考慮する場合/考慮しない場合

*2 ()内は100%定格出力時の予測精度

(※ 原電・動燃共同研究：「大型炉心臨界実験に関する評価研究(IV)、PNC SY9471 90-001、1990年3月)

核特性に対する核データ感度係数

定義

→ 核データ(断面積) σ_i の単位変動量当たりの核特性 R の変動量(相対値)

(ここで、 i : 核種、反応、エネルギー群など。)

$$S_i = \frac{R}{\sigma_i} \frac{dR}{d\sigma_i}$$

感度係数の算出法

方法① 直接に断面積を変動させ、核特性の変動量を得る

→ 膨大な計算量(核種数×反応数×エネルギー群数+ χ 、 β など、約千のオーダー)

→ 断面積量が小さいと桁落ちし、大きいと非線形性の発生

方法② 一般化摂動理論※の適用

→ 一度だけ、一般化(随伴)中性子束を計算すればよい

(※ L.N.Usachev: "Perturbation Theory for the Breeding Ratio and for Other Number Ratios Pertaining to Various Reactor Processes, J. of Nuclear Energy Parts A/B, Vol.18, pp.571-583, 1964.)

一般化摂動理論による感度係数 (1/2)

- 通常の摂動理論：炉心体系の変化に対する実効増倍率の変化(応答)を扱う
- 一般化摂動理論：この応答を評価する対象を、反応率比・反応度まで拡張した

- <研究経緯>
- ・ Usachev (1964) - 初めて、反応率比に対する定式化
 - ・ Gandini (1967) - 反応度まで扱えるように拡張
 - ・ Stacey (1972) - Neumann級数展開を用いて、数値的に解く方法を考案
 - ・ 三谷・黒井 (1972) - 世代別インポートランスの観点から考察
 - ・ 原・竹田 (1984) - 感度係数解析コードSAGEPを作成・公開し、実用化

★ 断面積の変動 → 着目核特性を直接変動させる寄与
+ (随伴)中性子束が変化して間接的に核特性に寄与

拡散方程式：
$$-\nabla \cdot D(\vec{r}, E) \nabla \phi(\vec{r}, E) + \Sigma_a(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E) + \int dE' \Sigma_s(\vec{r}, E \rightarrow E') \phi(\vec{r}, E) - \int dE' \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E) \phi(\vec{r}, E')$$
$$- \frac{\chi(E)}{k_{eff}} \int dE' \nu(E') \Sigma_f(\vec{r}, E') \phi(\vec{r}, E') \equiv B \phi = 0$$

同様に、随伴方程式： $B^* \phi^* = 0$

一般化摂動理論による感度係数 (2/2)

■ 核特性Rが**反応率比**の場合:
$$R \equiv \frac{[\Sigma_1 \phi]}{[\Sigma_2 \phi]} = \frac{\iint d\vec{r} dE \Sigma_1(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E)}{\iint d\vec{r} dE \Sigma_2(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E)}$$

感度係数:
$$S \equiv \frac{\frac{dR}{R}}{\frac{d\sigma}{\sigma}} = \sigma \frac{d(\ln R)}{d\sigma} = \left\{ \frac{\left[\frac{d\Sigma_1}{d\sigma} \phi \right]}{[\Sigma_1 \phi]} - \frac{\left[\frac{d\Sigma_2}{d\sigma} \phi \right]}{[\Sigma_2 \phi]} + \frac{\left[\Sigma_1 \frac{d\phi}{d\sigma} \right]}{[\Sigma_1 \phi]} - \frac{\left[\Sigma_2 \frac{d\phi}{d\sigma} \right]}{[\Sigma_2 \phi]} \right\} \sigma$$

一般化随伴中性子束 Γ^* :
$$B^* \Gamma^* = \frac{\Sigma_1 \phi}{[\Sigma_1 \phi]} - \frac{\Sigma_2 \phi}{[\Sigma_2 \phi]}$$

変動後のバランス式: $(B + dB)(\phi + d\phi) = 0$

→
$$S \equiv \frac{\frac{dR}{R}}{\frac{d\sigma}{\sigma}} = \left\{ \frac{\left[\frac{d\Sigma_1}{d\sigma} \phi \right]}{[\Sigma_1 \phi]} - \frac{\left[\frac{d\Sigma_2}{d\sigma} \phi \right]}{[\Sigma_1 \phi]} + \left[\frac{d\phi}{d\sigma} B^* \Gamma^* \right] \right\} \sigma = \left\{ \frac{\left[\frac{d\Sigma_1}{d\sigma} \phi \right]}{[\Sigma_1 \phi]} - \frac{\left[\frac{d\Sigma_2}{d\sigma} \phi \right]}{[\Sigma_1 \phi]} - \left[\Gamma^* \frac{dB}{d\sigma} \phi \right] \right\} \sigma$$

■ 核特性Rが**反応度**の場合:
$$R \equiv \frac{[\phi^* H_1 \phi]}{[\phi^* H_2 \phi]} = \frac{\iint d\vec{r} dE \phi^* H_1(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E)}{\iint d\vec{r} dE \phi^* H_2(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E)}$$

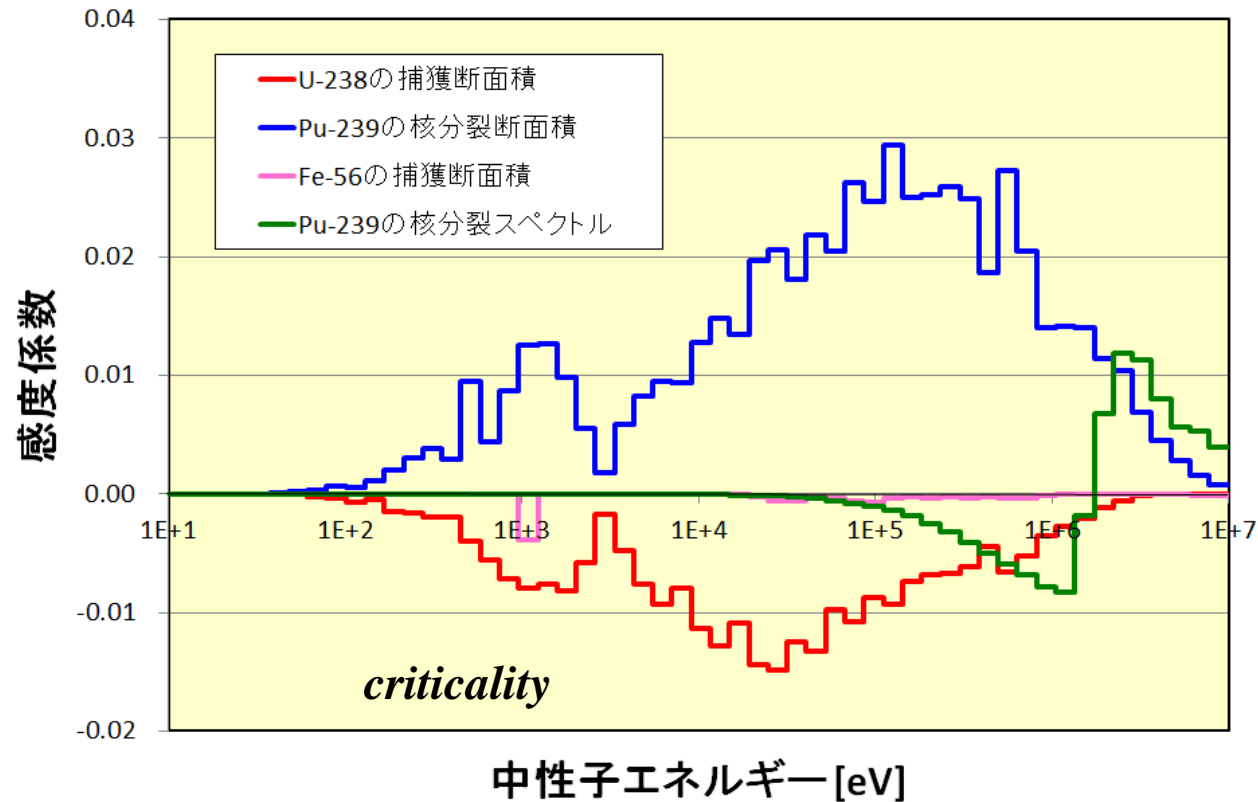
一般化随伴中性子束 Γ^* : $B^* \Gamma^* = \frac{H_1 \phi^*}{[\phi^* H_1 \phi]} - \frac{H_2 \phi^*}{[\phi^* H_2 \phi]}$ 一般化中性子束 Γ : $B\Gamma = \frac{H_1 \phi}{[\phi^* H_1 \phi]} - \frac{H_2 \phi}{[\phi^* H_2 \phi]}$

→
$$S \equiv \frac{\frac{dR}{R}}{\frac{d\sigma}{\sigma}} = \left\{ \frac{\left[\phi^* \frac{dH_1}{d\sigma} \phi \right]}{[\phi^* H_1 \phi]} - \frac{\left[\phi^* \frac{dH_2}{d\sigma} \phi \right]}{[\phi^* H_2 \phi]} - \left[\Gamma^* \frac{dB}{d\sigma} \phi \right] - \left[\Gamma \frac{dB^*}{d\sigma} \phi^* \right] \right\} \sigma$$



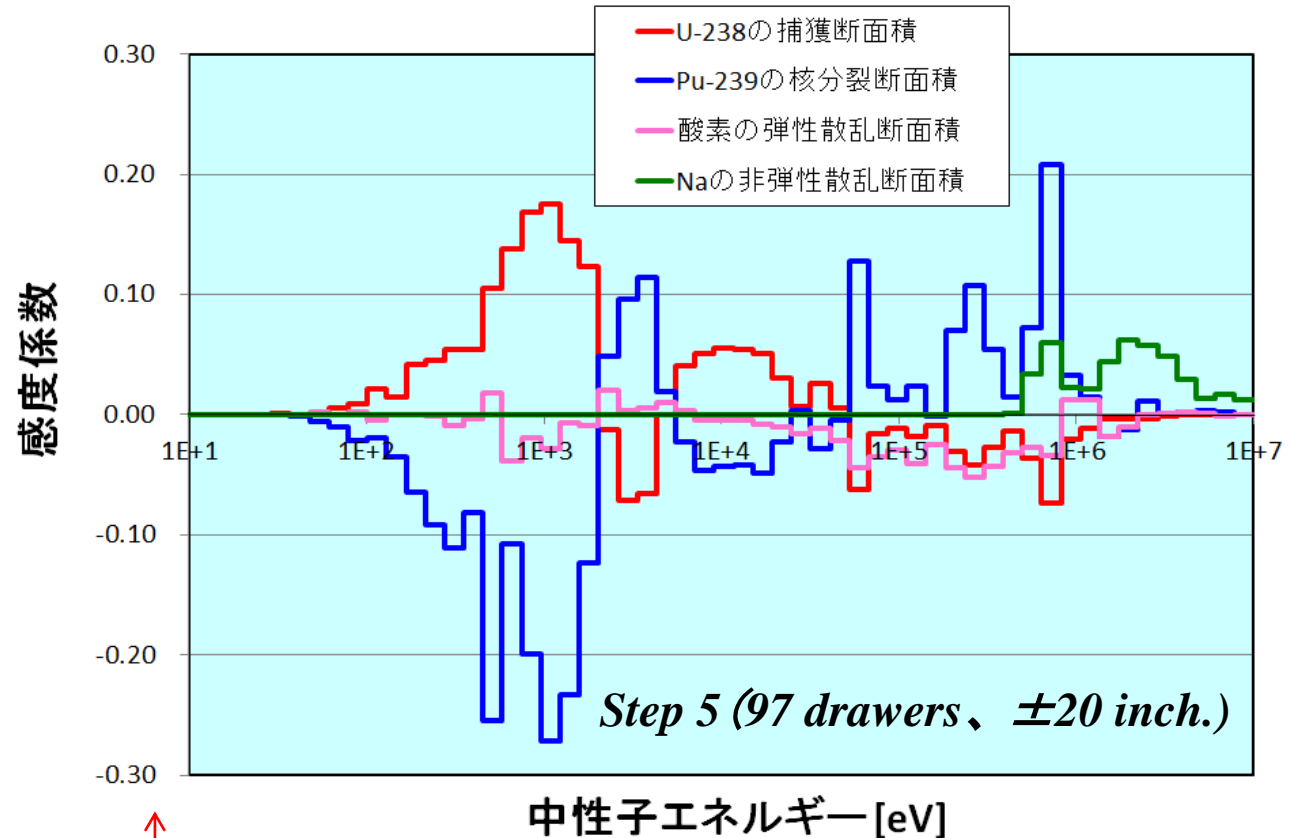
ZPPR-9臨界実験の臨界性 (k_{eff}) の感度係数

- Pu-239核分裂反応、U-238捕獲反応に大きな感度をもつが、その他の核種反応の影響も無視できない
- 核分裂スペクトルに対する感度は、エネルギーに依存して符号が逆転する



ZPPR-9臨界実験の Naボイド反応度の感度係数

- Naの巨大共鳴
ピークがあるエネルギー数keV付近に、非常に大きな感度をもつ
- 中性子スペクトルや漏洩に影響する弾性散乱、非弾性散乱断面積の感度も大きい



↑
スケールが k_{eff} より
一桁大きい

ドップラー反応度の感度係数評価式

- 従来の炉定数調整・設計精度評価式は、無限希釈断面積のみを対象。
→ 温度核特性(ドップラー反応度)が評価できなかった。

- ドップラー反応度:
$$R = \frac{1}{k_{eff,low}} - \frac{1}{k_{eff,high}}$$

- 高温と低温の実効断面積の関係:
$$\sigma_{eff,high} \approx \left[f_{low} + \left(\frac{df}{dT} \right) \Delta T \right] \sigma_{\infty,low} = (1 + f' \Delta T) \sigma_{eff,low}$$



ここで、
$$f' = \frac{1}{f_{low}} \left(\frac{df}{dT} \right)$$

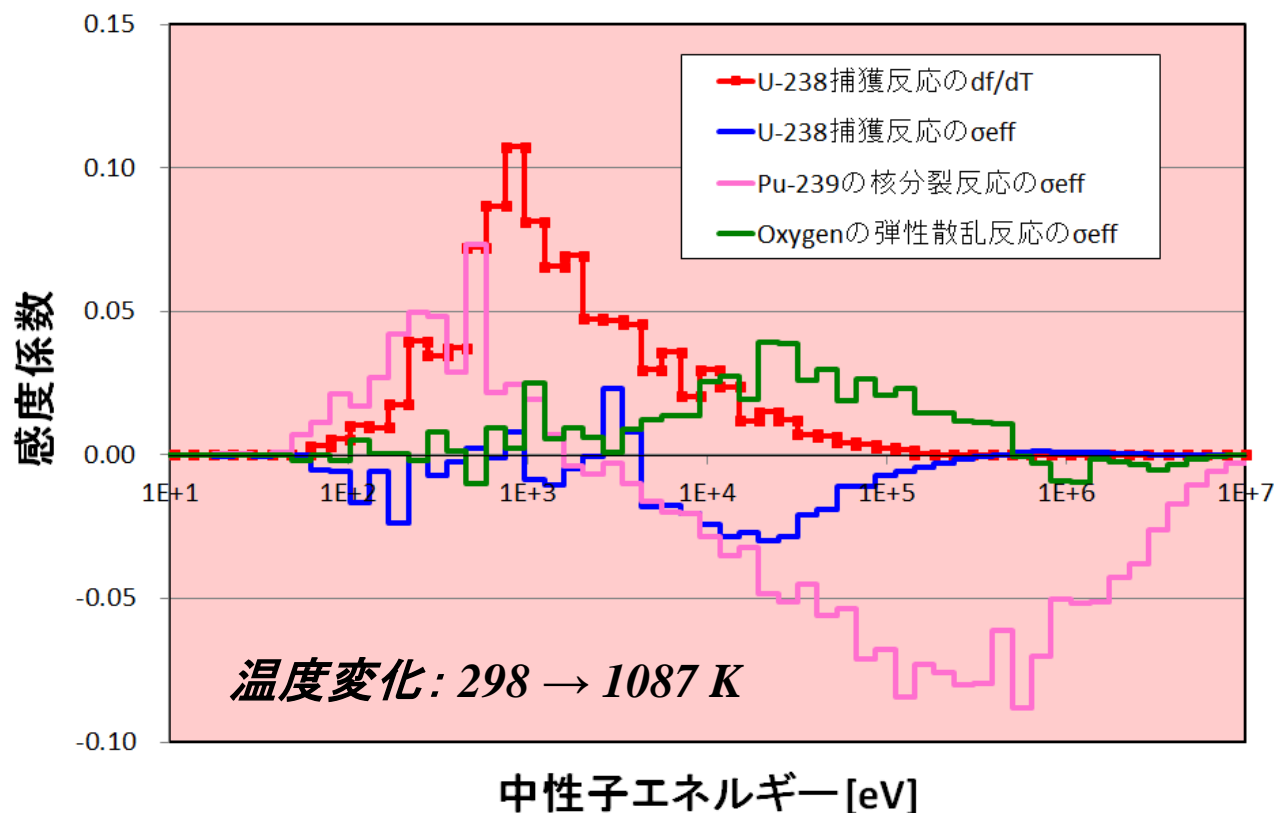
- 自己遮蔽因子の温度勾配 f' を疑似断面積とした感度係数の導入:

$$S_{f'} \equiv \frac{dR/R}{df'/f'} = \left(\frac{\sigma_{eff,high} - \sigma_{eff,low}}{\sigma_{eff,high}} \right) \times \frac{1}{R} \times \frac{S_{k_{eff,high}}}{k_{eff,high}} \quad \text{ここで、} \quad S_{k_{eff,high}} = \frac{dk_{eff,high}/k_{eff,high}}{d\sigma_{\infty,high}/\sigma_{\infty,high}}$$

- (特徴) ①実効増倍率 k_{eff} の感度係数から、容易に算出できる。
②常温時の自己遮蔽因子には影響しない。

ZPPR-9臨界実験の サンプルドップラー反応度の感度係数

- U-238捕獲反応の自己遮蔽因子の勾配は、keV領域で大きな正、
- Pu-239核分裂反応は、摂動分母を大きくするので負、
- 炉心中心位置でのサンプル反応度であるため、空間分布に影響する反応も感度をもつ。



燃焼核特性の感度係数評価式

- 必要性: ①燃焼反応度損失・燃焼組成変化など、実機測定データの活用
②FBR実機燃焼炉心における核特性設計精度評価

■ 全燃焼感度係数:
$$S(\sigma_x^g) = \frac{dR/R}{d\sigma_x^g/\sigma_x^g} = \frac{\sigma_x^g}{R} \times \left\{ S_D + S_N + S_\phi + S_{\phi^*} + S_P \right\}$$

$$S_D = \sum_{i=1}^I \left[\int_t^{t_{i+1}} dt \frac{\partial R}{\partial \sigma_x^g} \right]_{E,V}$$
 : 直接項 ここで、

$$S_N = \sum_{i=1}^I \int_t^{t_{i+1}} dt \left[N^* \frac{\partial M}{\partial \sigma_x^g} N \right]_{E,V}$$
 : 数密度項 $\frac{\partial}{\partial t} N(t) = M \times N(t)$: 燃焼方程式

$$S_\phi = \sum_{i=1}^{I+1} \left[\Gamma_i^* \frac{\partial B}{\partial \sigma_x^g} \phi_i \right]_{E,V}$$
 : 中性子束項 $P_i = \int_{E,V} dEdV [\kappa \sigma_f N \phi_i]$: 原子炉出力

$$S_{\phi^*} = \sum_{i=1}^{I+1} \left[\Gamma_i \frac{\partial B}{\partial \sigma_x^g} \phi_i^* \right]_{E,V}$$
 : 随伴中性子束項 P^* : 随伴出力

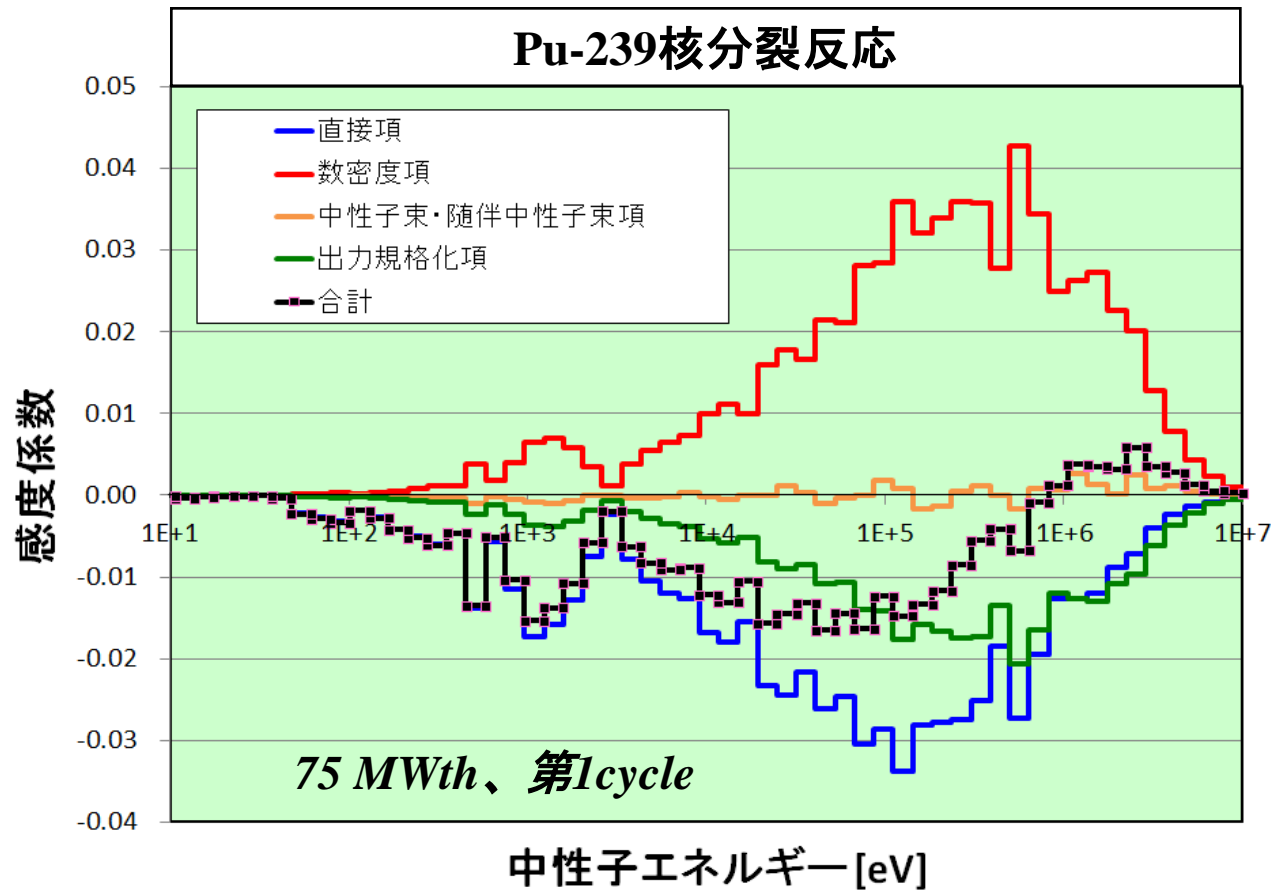
$$S_P = \sum_{i=1}^{I+1} \left[P_i^* \frac{\partial P_i}{\partial \sigma_x^g} \right]_{E,V}$$
 : 出力規格化項 N_i^* : 随伴数密度

「常陽」Mk-I 炉心の 燃焼反応度損失の感度係数

- **直接項**は、摂動分母を大きくするので**負**、
- **数密度項**は、Pu-239個数の減少を早めるので**正**、
- **出力規格化項**は、中性子束レベルを下げるので**負**。



相殺で、Pu-239
核分裂反応の感
度係数合計は、
わずかな**負**となる。



核設計予測精度の評価式 (I)

※ T.Takeda, et al.: “Prediction Uncertainty Evaluation Methods of Core Performance Parameters in Large Liquid-Metal Fast Breeder Reactors,” NSE 103, pp.157-165, 1989

(臨界実験などの積分データを用いない場合)

● 核特性のノミナル値: $Rc^{*(2)}(T_0) = Rc^{(2)}(T_0)$

● 設計誤差(分散): $V[Rc^{*(2)}(T_0)] = \underline{G^{(2)} M G^{(2)t}} + Vm^{(2)}$

ここで、 T_0 : 基本炉定数

Rc : 核特性Rの解析値

$*$: 核特性の設計ノミナル値(最確値)

(2): 実機設計体系

G : $(dR/R) / (d\sigma/\sigma)$ で定義される感度係数

M : 基本炉定数 T_0 の共分散(相関付きの誤差)

Vm : 核特性の解析モデル誤差(設計体系の不確かさを含む)

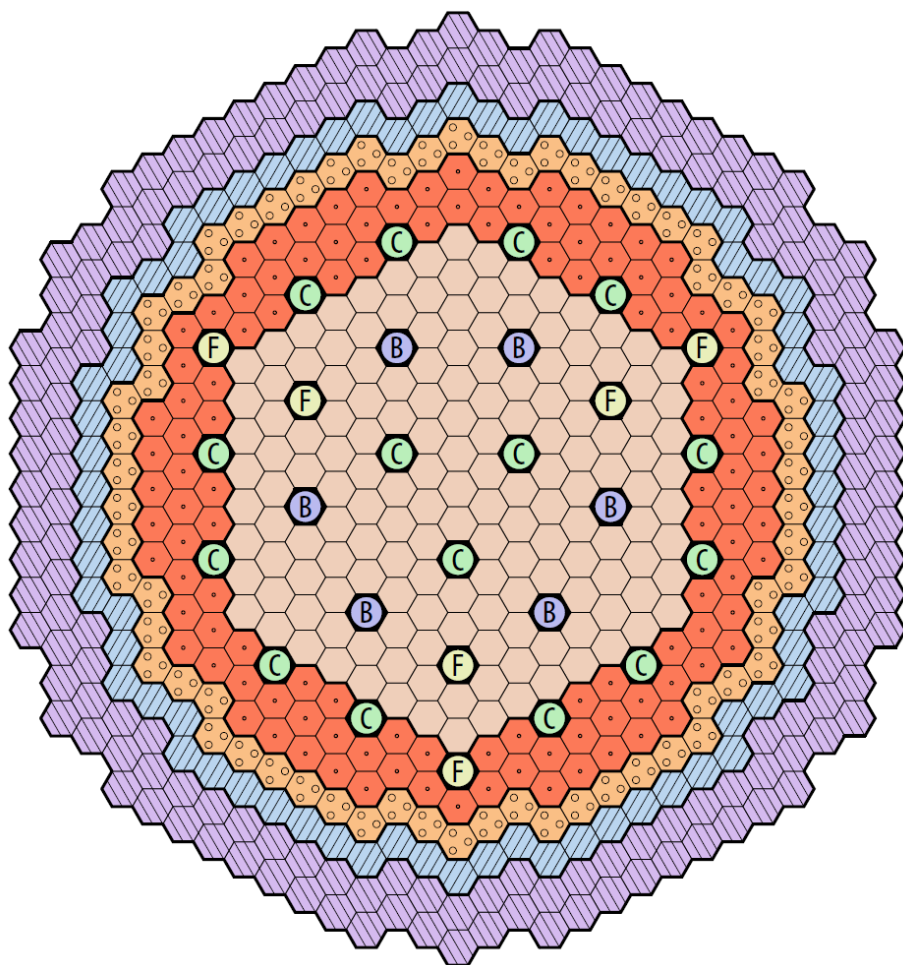
$$(S_1 \ S_2 \ \dots \ S_n) \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & \dots & M_{1n} \\ M_{21} & M_{22} & \dots & M_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{n1} & M_{n2} & \dots & M_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \vdots \\ S_n \end{pmatrix}$$



(核特性が2以上なら?)

75万kWe級FBR炉心の予測精度評価

- 炉心燃料の高さ: 100 cm
- 軸ブランケットの厚さ(上/下): 20/25 cm
- 燃料集合体の外対面間距離: 20.2 cm
- Pu富化度(内/外): 18/24 wt%
- 低除染TRU標準組成



	内側炉心燃料集合体	157体
	外側炉心燃料集合体	117体
	径方向ブランケット	66体
	径方向遮へい体(ステンズ鋼)	72体
	径方向遮へい体(Zr-H)	162体
	制御棒(粗調整棒)	15体
	制御棒(微調整棒)	6体
	制御棒(後備炉停止棒)	6体
合 計		601体

(※小倉理志、大木繁夫他: 「高速増殖実証炉に向けた炉心概念検討(2) 炉心設計」、日本原子力学会「2010年秋の大会」、北海道大学、2010年9月)



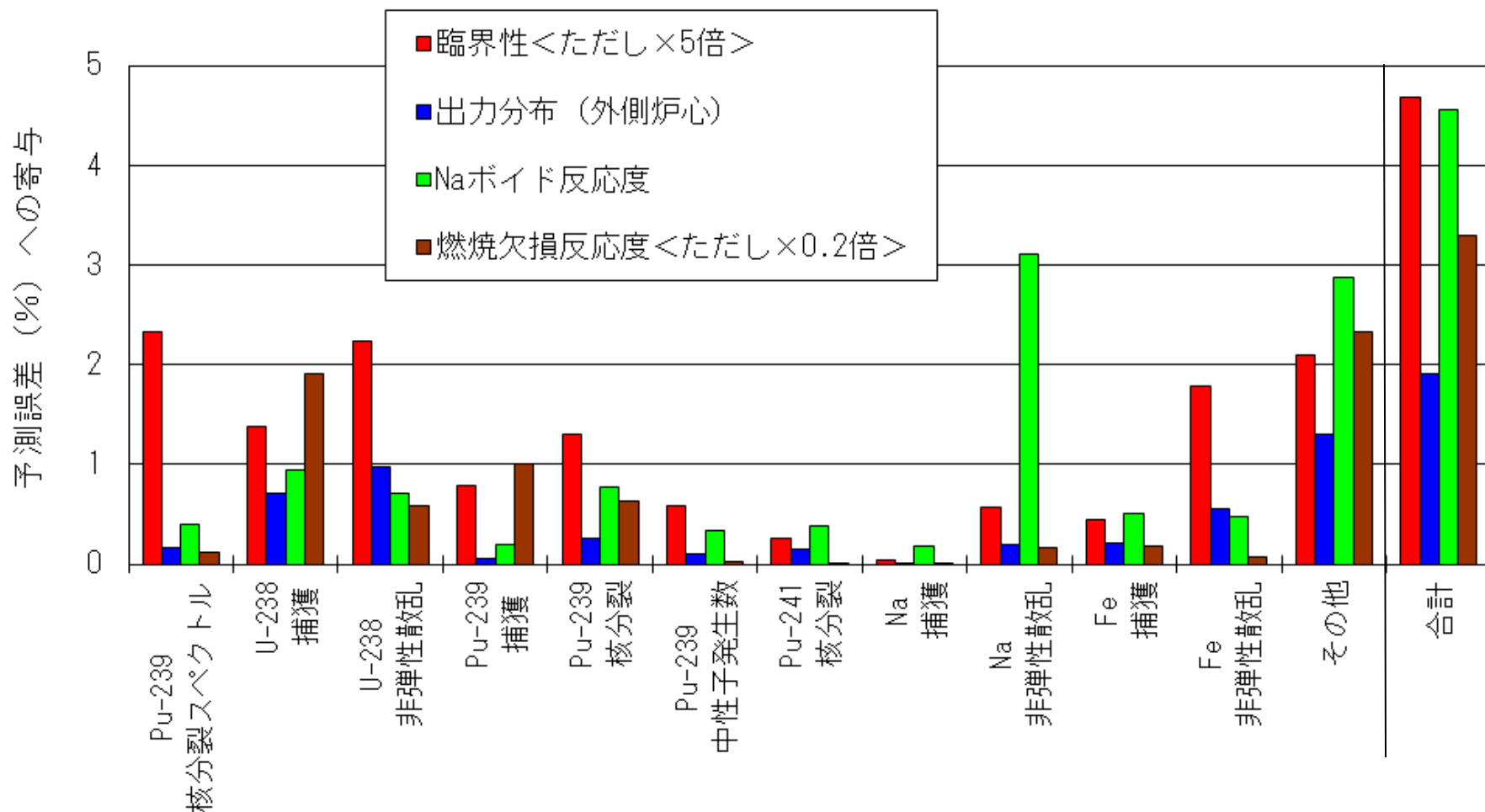
75万kWe炉心の核設計精度 (JENDL-4.0)

※1σベースの値 (非対角項は、相関係数)

設計手法	積分情報なし			
	合計 (核データ起因分の誤差) %			
核特性	臨界性	出力分布	Naボイド反応度	燃焼欠損反応度
臨界性 (平衡炉心末期)	0.96 (0.94) %			
出力分布 (外側炉心)	-0.40	2.3 (1.9) %	(対称行列)	
Naボイド反応度 (全炉心)	-0.14	0.13	4.6 (4.6) %	
燃焼欠損反応度	0.28	-0.09	-0.01	16.5 (16.5) %



75万kWe炉心の核データ起因誤差への核種毎寄与



4. 共分散を活用した炉心核設計の精度向上方策



積分実験情報を、微分データに追加します。

高速炉の実験データベース (1/2)

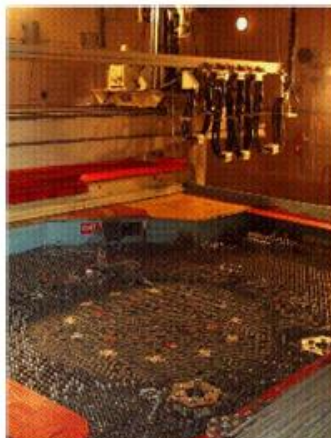
※ () 内は、データベース化した核特性の数



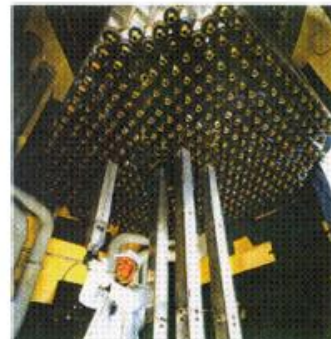
(米)ZPPR (321)



(英)ZEBRA (27)



(露)BFS (187)



(仏)MASURCA (14)



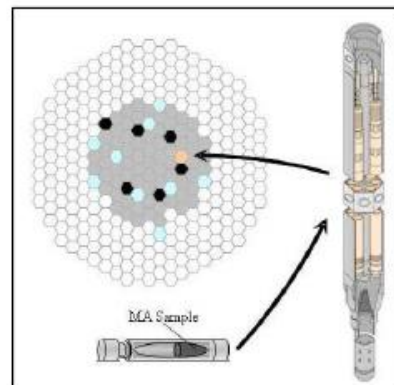
(米)SEFOR (10)



(米)LANL小型炉心 (5)



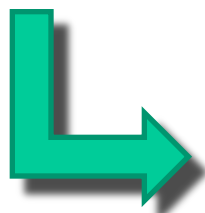
(日)常陽MK-I (26)



(日)常陽MK-II (43)



(日)もんじゅ (10)



- ① 多様性 (感度係数の観点から)
- ② 独立性 (実験装置、燃料製造、測定方法など)
- ③ 誤差評価 (ICSBEP、IRPhEレベルの詳細度)
- ④ 公開 (説明性、再現性、検証可能性など)

高速炉の実験データベース (2/2)

実験装置 (研究所、国)	実験炉心	炉心の特徴	DB化された核特性	公開性
ZPPR <JUPITER計画> (ANL-W, 米国)	ZPPR-9, 10A~10C	60~80万kWe級 均質二領域MOX炉心	臨界性、反応率、制御棒価値、Naボイド 反応度、ドブラー反応度 (サンプル)	Yes. (IRPhE)
	ZPPR-13A, 17A	65万kWe級 径・軸方向非均質MOX炉心	臨界性、反応率、制御棒価値、Naボイド 反応度、ドブラー反応度 (サンプル)	
	ZPPR-18A, 18C, 19B	100万kWe級 均質二領域MOX炉心 (外側：濃縮ウラン混合)	臨界性、反応率、制御棒価値、 Naボイド反応度	
ZEBRA <MOZART計画> (Winfrith, 英国)	MZA	550ℓ一領域MOX クリーン炉心	臨界性、Naボイド反応度	Yes. (IRPhE)
	MZB, MZC	2,300ℓ 均質二領域MOX もんじゅ模擬炉心	臨界性、制御棒価値、Naボイド反応度	
常陽 (JAEA, 日本)	JOYO Mk-I	Pu・濃縮ウラン混合燃料のブランケット 付き75MWth高速実験炉	臨界性、制御棒価値、Naボイド反応度、 燃料置換反応度、等温係数、燃焼反応度	Yes. (IRPhE)
	JOYO Mk-II	Pu・濃縮ウラン混合燃料のSS反射体付き 100MWth高速実験炉	MA照射後試験	No.
もんじゅ (JAEA, 日本)	MONJU Startup Tests	28万kWe均質二領域の 高速増殖原型炉	臨界性、制御棒価値、等温係数	No.
BFS (IPPE, ロシア)	BFS-62-1~62-5, 66-1	3,400ℓ 三または四領域 濃縮ウラン (+Pu) 炉心 (ブランケットまたはSS反射体)	臨界性、反応率、制御棒価値、 Naボイド反応度	No. (Yes. BFS-62-3A) (IRPhE)
	BFS-67, 69, 66	10kgのNpO ₂ を炉中心MOX領域に装荷 (原子炉級、兵器級、高次化Pu)	臨界性、反応率、制御棒価値、 Naボイド反応度	No.
MASURCA (CEA, 仏国)	ZONA-2B	380ℓ Pu燃焼型MOX炉心 (CIRANO計画)	Naボイド反応度、燃料置換反応度	No.
SEFOR (General Electric, 米国)	SEFOR CORE-I, II	20MWth Pu・濃縮ウラン 混合燃料 高速炉心	ドブラー反応度 (全炉心)	Yes. (PHYSOR2004)
Los Alamos (LANL, 米国)	FLATTOP-Pu, FLATTOP-25, JEZEBEL, JEZEBEL-240, GODIVA	直径約10cmの球状炉心 (Pu-239, 高次化Pu, ウラン燃料、 裸またはU-238反射体付き)	臨界性	Yes. (ICSBEP)

(参考用) 核設計予測精度の評価式 (II)

※ T.Kamei and T.Yoshida: "Error due to Nuclear Data Uncertainties in the Prediction of Large Liquid-Metal Fast Breeder Reactor Core Performance Parameters," NSE 84, pp.83-97, 1983
(← Comment from J.J.Wagshal and Y.Yeivin, NSE 86, pp.121-124, 1984)

(臨界実験のC/E値を用いるバイアス補正法)

● 核特性のノミナル値:
$$Rc^{*(2)}(T_0) = Rc^{(2)}(T_0) \times \frac{Re^{(m)}}{Rc^{(m)}(T_0)}$$

● 設計誤差(分散):
$$V[Rc^{*(2)}(T_0)] = \Delta GM \Delta G^t + \underline{Ve^{(m)}} + \Delta Vm$$

ここで、(m): モックアップ臨界実験体系(原理的には1個)

Ve : モックアップ実験の誤差(体系の不確かさを含む)

↑
新たな誤差

$\Delta G = G^{(2)} - G^{(m)}$: 実機体系(2)とモックアップ体系(m)の感度係数の差

→ 実験体系に含まれて、実機には含まれない核種からの誤差は、追加となる。

$\Delta Vm = Vm^{(m)} + Vm^{(2)} - Vm^{(m2)} - Vm^{(m2)t}$: モックアップ体系(m)と実機体系(2)の解析モデル誤差の非相関分

→ バイアス補正法では、解析モデル誤差も一部相殺できる。

核設計予測精度の評価式 (Ⅲ)

※ T.Takeda, et al.: “Prediction Uncertainty Evaluation Methods of Core Performance Parameters in Large Liquid-Metal Fast Breeder Reactors,” NSE 103, pp.157-165, 1989

(臨界実験解析データを用いる炉定数調整法)

- 核特性のノミナル値:

$$\begin{aligned} R_c^{*(2)}(T') &= R_c^{(2)}(T') \\ &= R_c^{(2)}(T_0) + G^{(2)}(T' - T_0) \end{aligned}$$

- 設計誤差(分散):

$$V[R_c^{*(2)}(T_0)] = \underline{G^{(2)} M' G^{(2)t}} + Vm^{(2)} - N Vm^{(12)} - Vm^{(12)t} N^t$$

ここで、**T'**: 調整された炉定数

M': 調整された共分散

Vm⁽¹²⁾: 臨界実験体系(1)と実機設計体系(2)の解析モデル誤差の相関

$$N = G^{(2)} M G^{(1)t} [G^{(1)} M G^{(1)t} + V_e^{(1)} + V_m^{(1)}]^{-1}$$

(1): 臨界実験体系の群

炉定数調整法の理論

■ ベイズの定理(条件付き確率推定法)を理論的基礎

→ 臨界実験の情報 Re が得られた条件の下で、核断面積セット T が真値をとる確率($\exp(-J)$ に比例)を最大化する

$$J(T) = (T-T_0)^t M^{-1} (T-T_0) + [Re-Rc(T)]^t [Ve+Vm]^{-1} [Re-Rc(T)]$$

関数 J を最小化 → $dJ(T)/dT = 0$

■ 炉定数調整後の核断面積セット T' と、その誤差(共分散) M'

$$T' = T_0 + MG^t [GMG^t + Ve + Vm]^{-1} [Re - Rc(T_0)] \quad (\text{算数的イメージ})$$

$$M' = M - MG^t [GMG^t + Ve + Vm]^{-1} GM$$



✓ If $GMG^t \ll Ve + Vm$, $T' \doteq T_0$ and $GM'G^t \doteq GMG^t$

✓ If $GMG^t \gg Ve + Vm$, $GM'G^t \doteq Ve + Vm$

✓ If $GMG^t \doteq Ve + Vm$, $GM'G^t \doteq 1/2 \times GMG^t$

■ 核断面積誤差による核特性予測誤差

調整前: GMG^t

調整後: $GM'G^t$ (Ve と Vm も含む。)

ここで、 T_0 : 炉定数調整前の核断面積セット

Ve : 臨界実験体系の実験誤差

M : 炉定数調整前の共分散

Vm : 臨界実験体系の解析モデル誤差

Re : 臨界実験体系の核特性の実験値

G : $(dR/R)/(d\sigma/\sigma)$ で定義される感度係数

Rc : 臨界実験値 Re に対する解析値



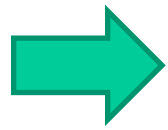
我が国における高速炉用統合炉定数開発

発端は全日本体制（原電・動燃共同研究 + 東芝、日立、三菱、CRC、NESI、阪大、原研）

	ADJ91	ADJ2000	ADJ2010
基本ライブラリ (公開年)	JENDL-2 (第一版 1982、最終版 1989)	JENDL-3.2 (1994年)	JENDL-4.0 (2010年)
調整対象の 核データ	11核種の σ_{∞} (計32 反応)、2 核種の χ 、6核種の β	11核種の σ_{∞} (計41 反応)、2 核種の χ 、6核種の β 、 U-238の自己遮蔽因子	27核種の σ_{∞} (計155反応)、 2核種の χ 、11核種の β 、 U-238の自己遮蔽因子、 4核分裂性核種の疑似FP断面積
調整エネルギー 群数	18 群	18 群	高速炉標準70 群 (最終群を除いて lethargy 幅: 0.25)
核データ共分散	核データ測定値とJENDL-2 との差からの概略評価	JENDL-3.2ベースの 共分散評価 (ただしライブラリ完成後)	JENDL-4.0の評価と 同時平行の共分散評価
積分実験データ	JUPITER実験(米ZPPRでの 共同研究)から得られた 82データ	JUPITER, FCA, JOYO, BFS, MASURCA, Los Alamos実 験から得られた237データ (燃焼特性、温度特性を含む)	JUPITER、ZEBRA、JOYO、 MONJU、BFS、MASURCA、Los Alamos実験から得られた488データ (燃焼特性、温度特性、 MA照射後試験を含む)
積分誤差 マトリックス	・対角成分: 実験報告書、 解析補正係数の一定割合 ・非対角成分: 工学的判断	・対角成分: 実験報告書、 解析補正係数の一定割合 ・非対角成分: 工学的判断	・対角成分: IRPhE評価値など、 解析補正係数の一定割合 ・非対角成分: 誤差要因相関法



積分実験誤差マトリックスの設定法



「共通独立誤差要因完全相関に基づく共分散評価法」
(略して、「**誤差要因相関法**」)

(ステップ1) マトリックスの一要素(Data AとData B)について、対応する実験**誤差要因**を**共通誤差**($\rho = 1$)と**独立誤差**($\rho = 0$)に分けられるまで、**細分**する。

(ステップ2) 共通誤差と独立誤差をそれぞれ合計(統計処理)して、これを足し合わせ、**標準偏差**を算出する。

$$\text{Data Aの標準偏差: } \sigma_{Total,A} = \sqrt{\sigma_{Independent,A}^2 + \sigma_{Common,A}^2} \quad (\text{Data Bも同様。})$$

(ステップ3) 共通誤差の積和と全誤差の比から、**相関係数**を算出する。

$$\text{Data AとData Bの相関係数: } \rho_{A,B} = \frac{\sum_i \sigma_{Common,A,i} \times \sigma_{Common,B,i}}{\sigma_{Total,A} \times \sigma_{Total,B}}$$



これらの計算を、誤差マトリックスの**全要素毎に繰り返す**。

実験の標準偏差と相関係数の設定例 (ZPPR-9のNaボイド反応度測定 Step 3とStep 5)

(下表は、IRPhEPハンドブックのZPPR-9報告書からの抜粋。)

Table 2.12. Summary of Uncertainties in the Zone Sodium Void Measurement in ZPPR-9.

Source of Uncertainty				Uncertainty		Reactivity change (cents)	Reactivity change (cents)
				cents	% of measured reactivity ^(a)		
Measurement technique	MSM method	Rod drop method	Counting statistics	+/(0.2) ^(b)		29.39	31.68
			λ_i and β_i/β	+/-1.0			
		$\frac{R_1 \cdot \epsilon_2}{R_2 \cdot \epsilon_1}$		+/-0.2			
		$\frac{\beta_{eff,1}}{\beta_{eff,2}}$		negligible			
		$\frac{S_{eff,2}}{S_{eff,1}}$		+/-0.5			
		Adjustment		Interface gap			
			Temperature		+/-0.27		
			Pu decay		+/-0.0015		
	Geometry		Interface gap (included in adjustment of measurement technique)		--		
	Composition	Assumed deviation of material mass	Pu mass		Depend on measured void zones (see Table 2.10(1))	0.042	0.038
U mass							
Stainless steel weight							
Sodium mass							
O mass							
C mass							
²³⁹ Pu isotope ratio							
²³⁵ U isotope ratio							
Removed sodium mass		+/-1.0					
Difference of stainless steel weight between the sodium-filled plates and the empty plates		+/-0.16					
Sub total				1.24	1.48	1.22	1.44
Total				1.93		1.88	

(a) Every value in this column depends on the individual measurement case and is a relative uncertainty.

(b) Generalized uncertainty, refer the actual uncertainties presented in Table 1.13 and Table 1.14.

相関係数： $\rho = \frac{1.0^2 + 0.038^2 + 0.024^2 + 0.15^2 + \dots}{1.93 \times 1.88} = 0.405$

ADJ2010作成用に設定した実験誤差マトリックス

488 × 488フルマトリックスの一部: ZPPR-9 & -10A

	A	C	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI	AJ	AK	AL	AM	AN	AO	BK	BL	BM
1	Appendix 6 Integral Experimental Error Matrix																									
2		ZPPR-9 Criticality	ZPPR-9 Na Void Reactivity (Step 1)	ZPPR-9 Na Void Reactivity (Step 2)	ZPPR-9 Na Void Reactivity (Step 3)	ZPPR-9 Na Void Reactivity (Step 4)	ZPPR-9 Na Void Reactivity (Step 5)	ZPPR-9 Na Void Reactivity (Step 6)	ZPPR-9 Control Rod Worth (CC)	ZPPR-9 Control Rod Worth (A&B)	ZPPR-9 Control Rod Worth (4&7)	ZPPR-9 Control Rod Worth (C&D)	ZPPR-9 Control Rod Worth (1 3&19)	ZPPR-9 Control Rod Worth (E&F)	ZPPR-9 Control Rod Worth (G&H)	ZPPR-9 Control Rod Worth (Ring1)	ZPPR-9 Control Rod Worth (Ring2)	ZPPR-9 Doppler Reactivity (300→500K)	ZPPR-9 Doppler Reactivity (300→650K)	ZPPR-9 Doppler Reactivity (300→800K)	ZPPR-9 Doppler Reactivity (300→950K)	ZPPR-9 Doppler Reactivity (300→1100K)	ZPPR-10A Criticality	ZPPR-10A Control Rod Worth (CC)	ZPPR-10A Control Rod Worth (Ring1)	ZPPR-10A Control Rod Worth (Ring2H)
3	Standard Deviation Value (%)	0.12	9.12	2.89	1.93	1.84	1.88	2	1.29	1.29	1.26	1.25	1.25	1.41	1.51	1.28	1.23	11.59	7.96	6.37	5.82	5.29	0.11	1.22	1.2	1.19
4	ZPPR-9 Criticality	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.872	0	0	0
22	ZPPR-9 Na Void Reactivity (Step 1)	0	1	0.056	0.084	0.088	0.085	0.078	0.092	0.092	0.093	0.092	0.091	0.08	0.073	0.092	0.091	0.01	0.015	0.019	0.021	0.023	0	0.096	0.097	0.094
23	ZPPR-9 Na Void Reactivity (Step 2)	0	0.056	1	0.272	0.284	0.271	0.247	0.287	0.288	0.292	0.29	0.296	0.251	0.232	0.29	0.288	0.032	0.047	0.059	0.065	0.072	0	0.302	0.305	0.297
24	ZPPR-9 Na Void Reactivity (Step 3)	0	0.084	0.272	1	0.426	0.405	0.37	0.429	0.43	0.435	0.434	0.429	0.377	0.347	0.433	0.431	0.049	0.071	0.089	0.097	0.107	0	0.451	0.456	0.445
25	ZPPR-9 Na Void Reactivity (Step 4)	0	0.088	0.284	0.426	1	0.427	0.389	0.45	0.451	0.457	0.452	0.397	0.365	0.365	0.454	0.453	0.051	0.074	0.093	0.102	0.112	0	0.473	0.478	0.466
26	ZPPR-9 Na Void Reactivity (Step 5)	0	0.085	0.271	0.405	0.427	1	0.38	0.436	0.437	0.442	0.444	0.441	0.388	0.357	0.44	0.441	0.05	0.072	0.091	0.099	0.111	0	0.458	0.463	0.454
27	ZPPR-9 Na Void Reactivity (Step 6)	0	0.078	0.247	0.37	0.389	0.38	1	0.408	0.409	0.414	0.416	0.415	0.365	0.336	0.412	0.415	0.047	0.068	0.085	0.094	0.109	0	0.429	0.433	0.427
28	ZPPR-9 Control Rod Worth (CC)	0	0.092	0.287	0.429	0.45	0.436	0.408	1	0.693	0.683	0.662	0.646	0.57	0.528	0.682	0.645	0.07	0.102	0.128	0.14	0.154	0	0.711	0.701	0.665
29	ZPPR-9 Control Rod Worth (A&B)	0	0.092	0.288	0.43	0.451	0.437	0.409	0.693	1	0.682	0.661	0.646	0.569	0.527	0.683	0.644	0.07	0.102	0.128	0.14	0.154	0	0.71	0.7	0.664
30	ZPPR-9 Control Rod Worth (4&7)	0	0.093	0.292	0.435	0.457	0.442	0.414	0.683	0.682	1	0.678	0.661	0.584	0.541	0.682	0.661	0.071	0.104	0.13	0.142	0.156	0	0.722	0.718	0.681
31	ZPPR-9 Control Rod Worth (C&D)	0	0.092	0.29	0.434	0.457	0.444	0.416	0.662	0.661	0.678	1	0.671	0.592	0.547	0.661	0.67	0.071	0.104	0.13	0.143	0.157	0	0.7	0.712	0.691
32	ZPPR-9 Control Rod Worth (1 3&19)	0	0.091	0.286	0.429	0.452	0.441	0.415	0.646	0.646	0.661	0.671	1	0.593	0.546	0.646	0.673	0.072	0.104	0.13	0.143	0.157	0	0.683	0.695	0.694
33	ZPPR-9 Control Rod Worth (E&F)	0	0.08	0.251	0.377	0.397	0.388	0.365	0.57	0.569	0.584	0.592	0.593	1	0.484	0.57	0.594	0.063	0.091	0.114	0.125	0.138	0	0.605	0.615	0.613
34	ZPPR-9 Control Rod Worth (G&H)	0	0.073	0.232	0.347	0.365	0.357	0.336	0.528	0.527	0.541	0.547	0.546	0.484	1	0.527	0.55	0.058	0.085	0.106	0.116	0.127	0	0.567	0.575	0.577
35	ZPPR-9 Control Rod Worth (Ring1)	0	0.092	0.29	0.433	0.454	0.44	0.412	0.682	0.683	0.682	0.661	0.646	0.57	0.527	1	0.645	0.071	0.103	0.129	0.141	0.155	0	0.71	0.7	0.664
36	ZPPR-9 Control Rod Worth (Ring2)	0	0.091	0.288	0.431	0.453	0.441	0.415	0.645	0.644	0.661	0.67	0.673	0.594	0.55	0.645	1	0.072	0.105	0.131	0.143	0.158	0	0.683	0.695	0.708
37	ZPPR-9 Doppler Reactivity (300→500K)	0	0.01	0.032	0.049	0.051	0.05	0.047	0.07	0.071	0.071	0.072	0.063	0.058	0.071	0.072	1	0.109	0.137	0.15	0.165	0	0.074	0.074	0.074	
38	ZPPR-9 Doppler Reactivity (300→650K)	0	0.015	0.047	0.071	0.074	0.072	0.068	0.102	0.102	0.104	0.104	0.104	0.091	0.085	0.103	0.105	0.109	1	0.199	0.218	0.24	0	0.107	0.108	0.108
39	ZPPR-9 Doppler Reactivity (300→800K)	0	0.019	0.059	0.089	0.093	0.091	0.085	0.128	0.128	0.13	0.13	0.114	0.106	0.129	0.131	0.137	0.199	1	0.273	0.3	0	0.134	0.136	0.135	
40	ZPPR-9 Doppler Reactivity (300→950K)	0	0.021	0.065	0.097	0.102	0.099	0.084	0.14	0.14	0.142	0.143	0.143	0.125	0.116	0.141	0.143	0.15	0.218	0.273	1	0.329	0	0.147	0.149	0.148
41	ZPPR-9 Doppler Reactivity (300→1100K)	0	0.023	0.072	0.107	0.112	0.11	0.103	0.154	0.154	0.156	0.157	0.157	0.138	0.127	0.155	0.158	0.165	0.24	0.3	0.329	1	0	0.162	0.164	0.163
42	ZPPR-10A Criticality	0.872	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
64	ZPPR-10A Control Rod Worth (CC)	0	0.096	0.302	0.451	0.473	0.458	0.429	0.711	0.71	0.722	0.7	0.683	0.605	0.567	0.71	0.683	0.074	0.107	0.134	0.147	0.162	0	1	0.76	0.724
65	ZPPR-10A Control Rod Worth (Ring1)	0	0.097	0.305	0.456	0.478	0.463	0.433	0.701	0.7	0.718	0.712	0.695	0.615	0.575	0.7	0.695	0.074	0.108	0.136	0.149	0.164	0	0.76	1	0.734
66	ZPPR-10A Control Rod Worth (Ring2H)	0	0.094	0.297	0.445	0.466	0.454	0.427	0.665	0.664	0.681	0.691	0.694	0.613	0.577	0.664	0.708	0.074	0.108	0.135	0.148	0.163	0	0.724	0.734	1

前のスライドの「要素」

ZPPR-9: 600 MWe級 クリーン炉心
 ZPPR-10A: 600 " 工学模擬炉心(制御棒位置付き)



ADJ2010で採用した 異常積分データの排除プロセス

データ数

643

最初の候補として選定した積分データ



任意性をできるだけ避ける!

< 基本ルール > . . .

C/E-1の絶対値（以下、'C/E-1' と略記）と全誤差*1)の比が、2以上なら機械的に排除する。

$$\frac{|C/E-1|}{\sqrt{GMG^t + V_e + V_m}} > 2$$



< 繰り返しチューニングによる追加排除 >

- ① ブランケットと反射体領域での反応率データ
- ② 他の類似実験データと比較して、解析モデル誤差または核データ起因誤差が異常に過大なデータ
- ③ 中型以上の炉心のkeffで、'C/E-1'が0.4%Δk以上のデータ
- ④ 反応率分布で、'C/E-1'が5%以上のデータ
- ⑤ Naボイド反応度で、'C/E-1'が40%以上のデータ

589

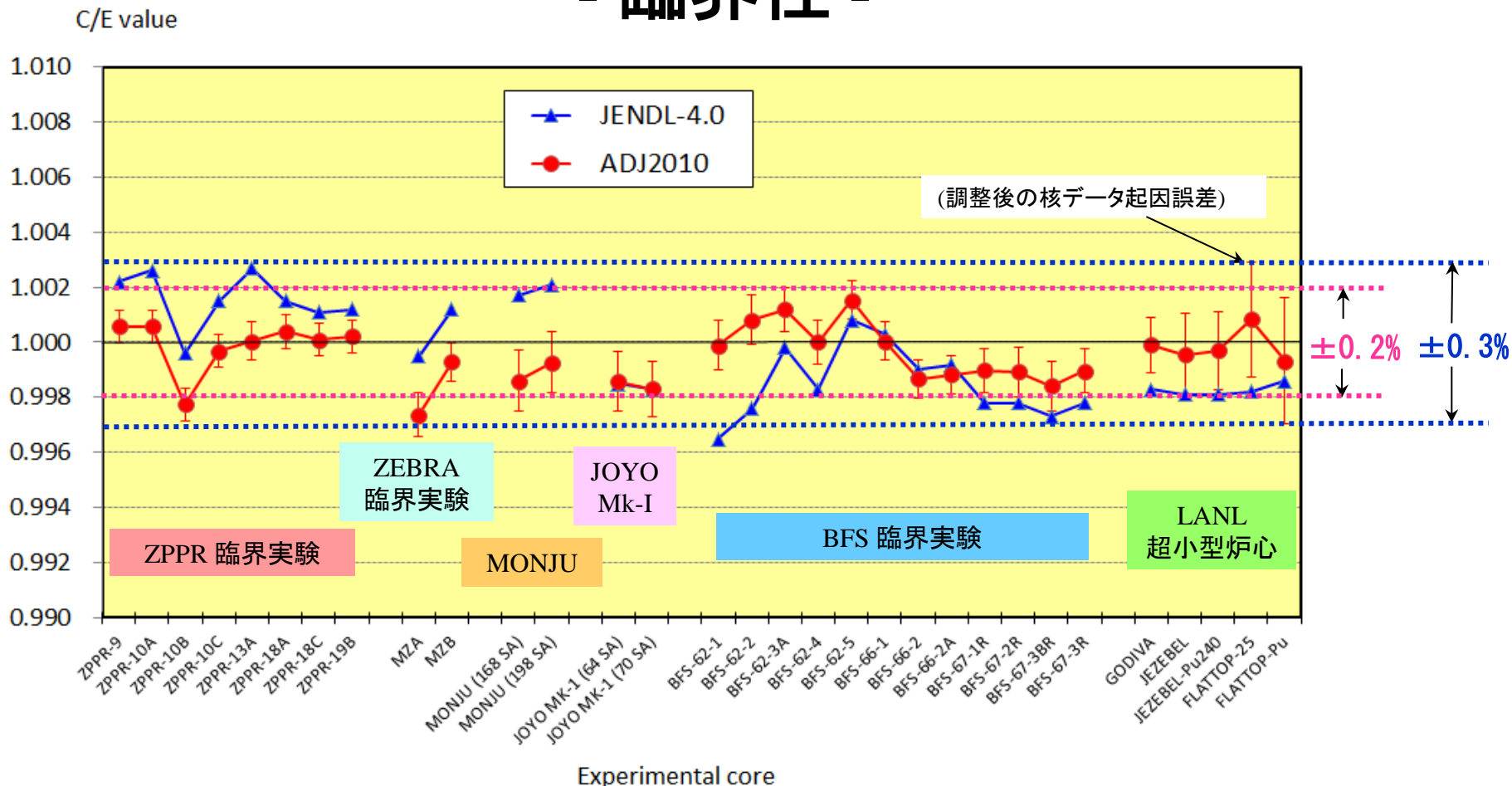


488

*1) 核データ起因誤差、実験誤差、解析モデル誤差の総和。

炉定数調整による C/E 値の変化 (1/3)

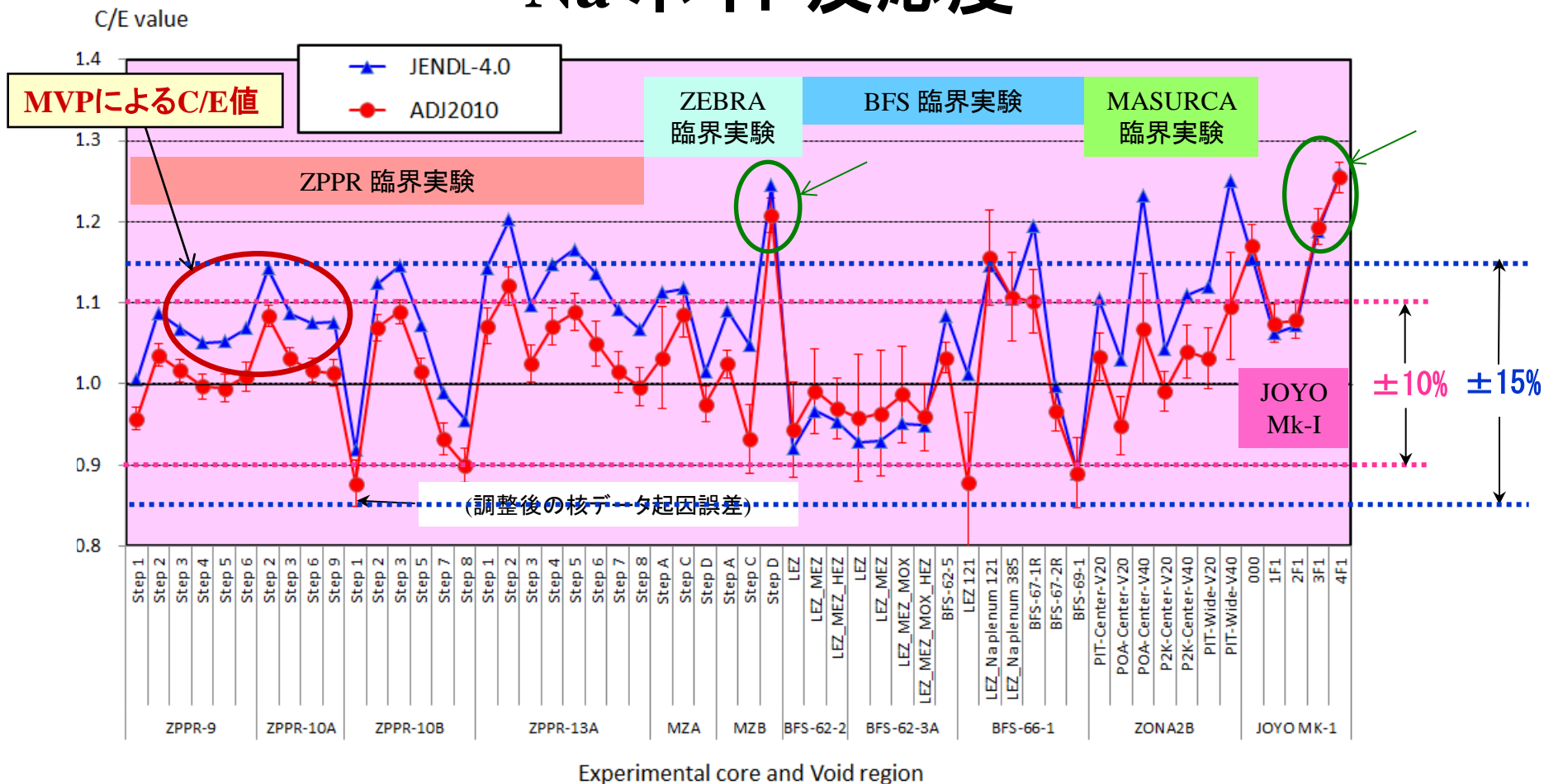
- 臨界性 -



- JENDL-4.0による臨界性 (k_{eff}) のC/E値は1.000から概ね**±0.3% Δk 以内**、炉定数調整後のそれは全て**±0.2% Δk 以内**に入る。
- この良好な予測特性は、**Pu燃料炉心**—**濃縮U燃料炉心**、**大型炉心**—**小型炉心**、**臨界実験**—**高速炉実機**などの幅広いスペクトルにあてはまる。

炉定数調整による C/E 値の変化 (2/3)

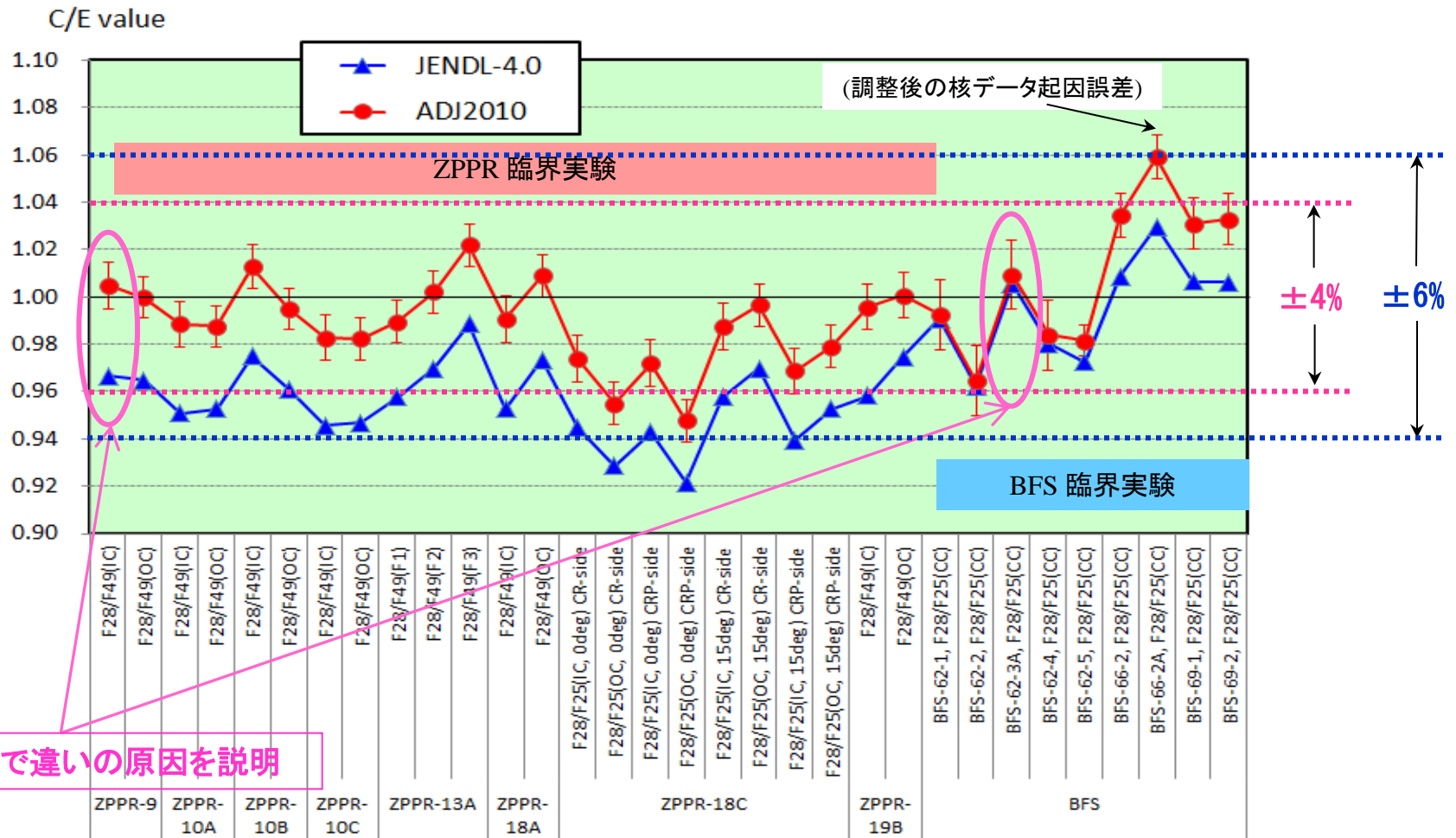
- Na ボイド反応度 -



- JENDL-4.0によるNaボイド反応度のC/E値は**ほぼ±15%以内**(ただし、MVP計算は**ほぼ±10%以内**)であり、炉定数調整後のそれは**ほぼ±10%以内**である。
- **JOYO**と**ZEBRA**の幾つかのデータは、炉定数調整結果に害を与えてはいなかったが、最終調整データからは**除去**された。

炉定数調整によるC/E値の変化 (3/3)

- F49 または F25 に対するU-238 反応率の比 -

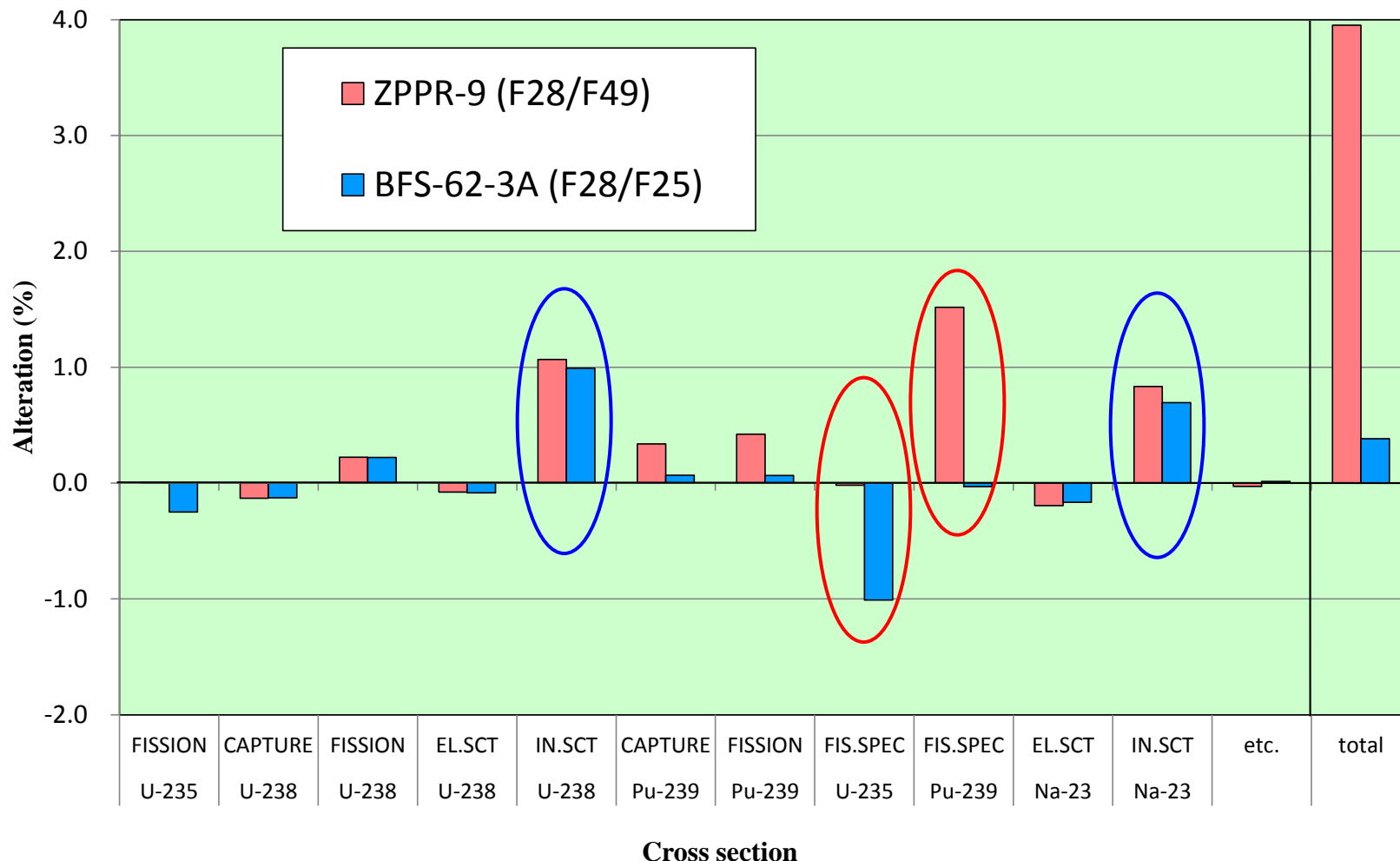


Experimental core, Reaction and Position

- JENDL-4.0による F28/F49、F28/F25 のC/E値はほぼ±6%以内、炉定数調整後のそれはほぼ±4%以内である。
- 炉定数調整の効果が、特に顕著な例である。

C/E値変化への核種・反応毎の寄与 (ZPPR vs. BFS)

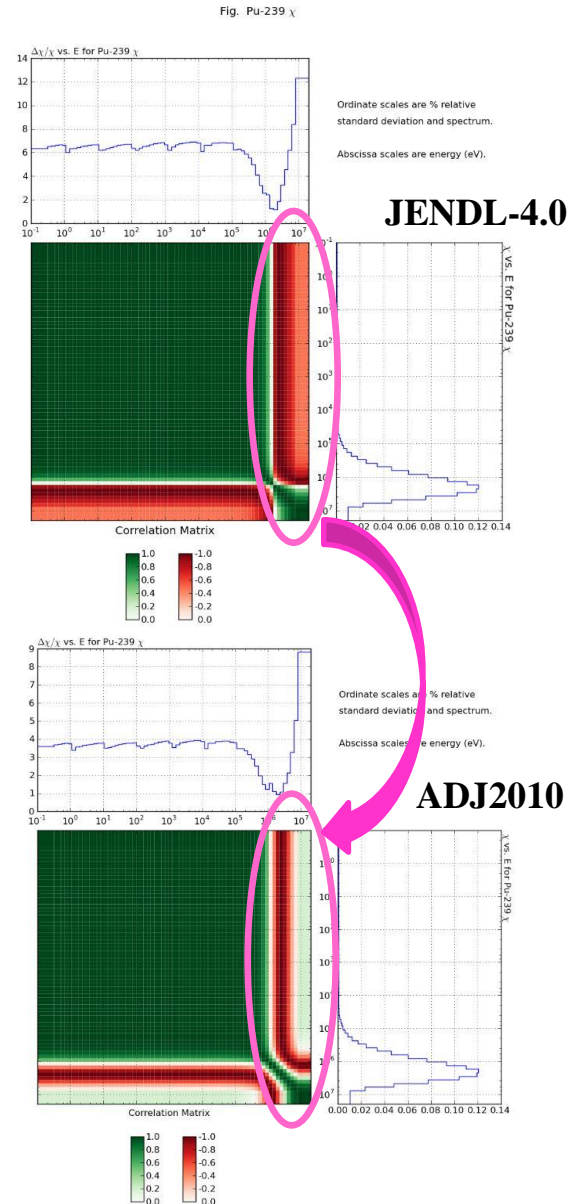
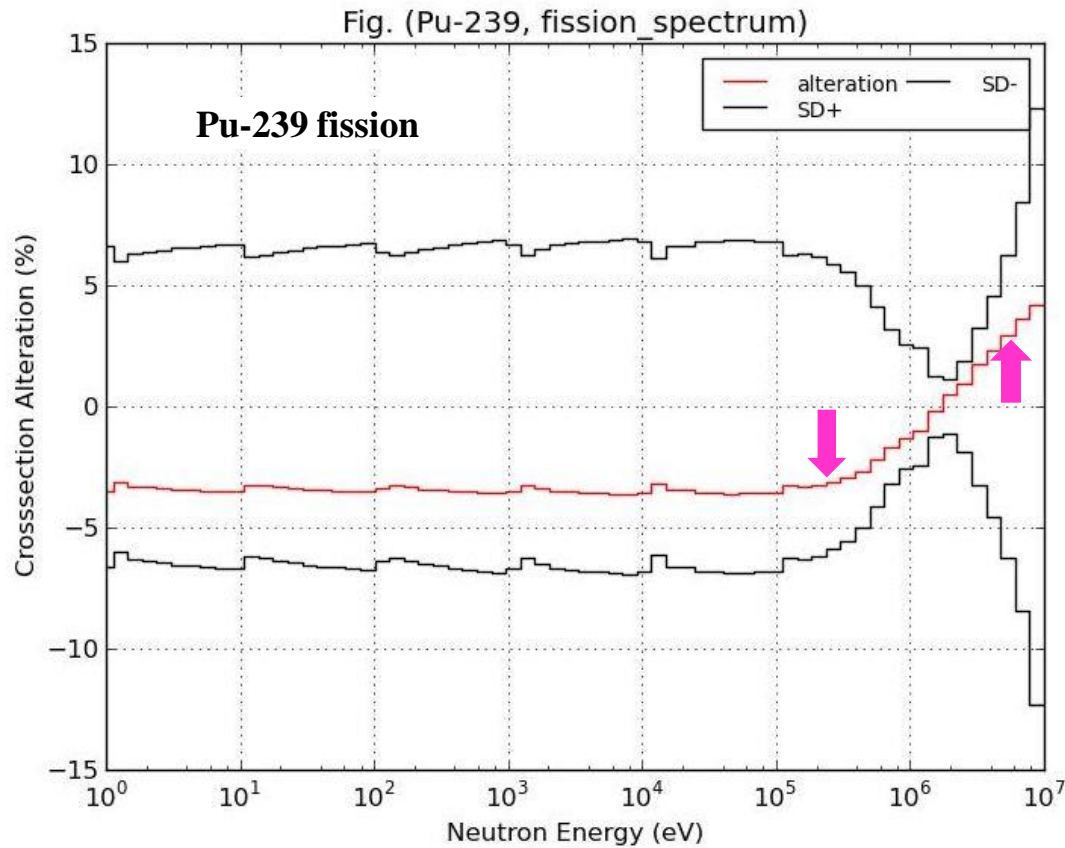
- F49 または F25 に対するU-238 反応率の比 -



- 両反応率比に**共通な核種・反応**は、同様にC/E値変化に寄与する。
- ZPPR (Pu燃料炉心)と BFS (濃縮U燃料炉心) の**C/E値の違い**は、主に**核分裂スペクトル**の調整による。

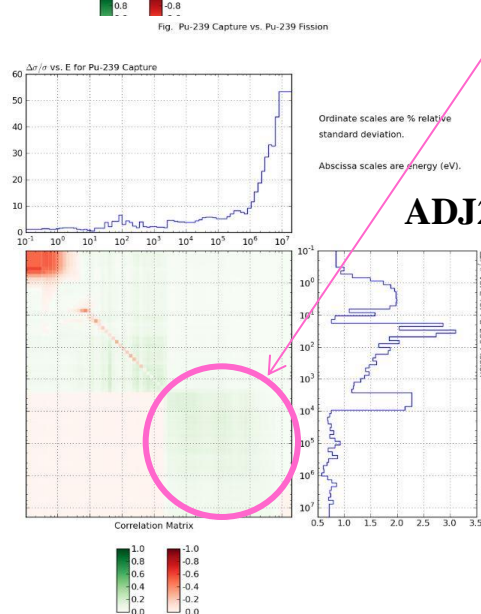
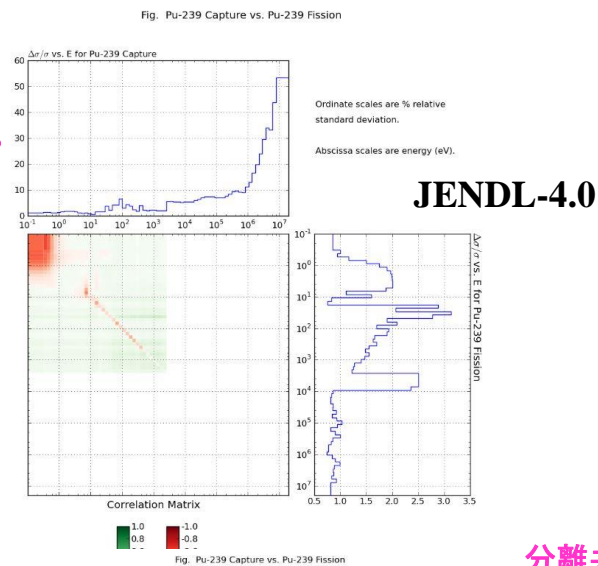
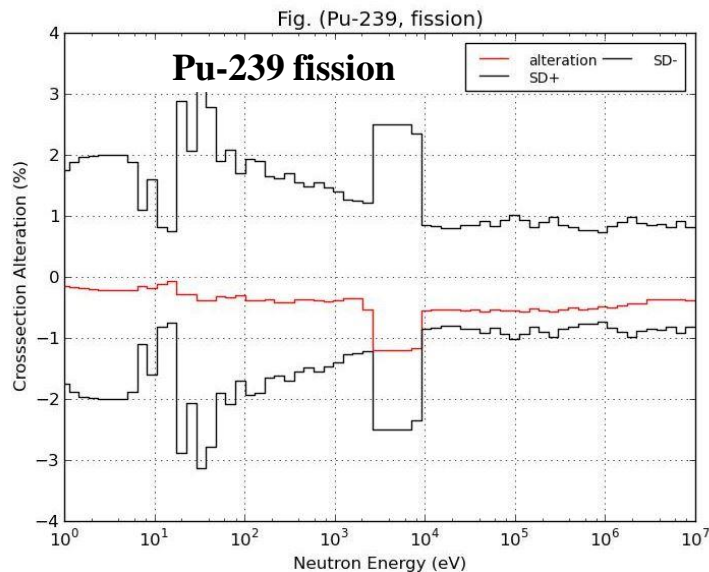
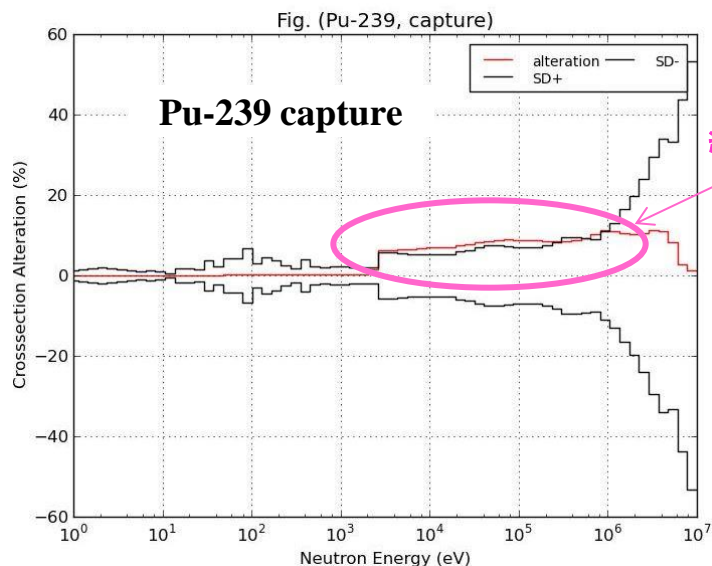
炉定数調整による共分散の変化 (1/2)

- Pu-239 核分裂スペクトル -



炉定数調整による共分散の変化 (2/2)

- Pu-239 捕獲 vs. 核分裂断面積 -



核設計精度の評価式の比較

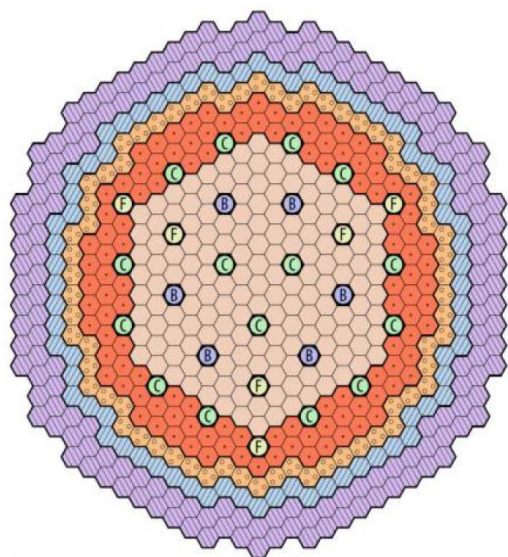
	積分実験からの情報 を用いない場合	E/Cバイアス補正法を 適用する場合	炉定数調整法を 適用する場合
設計 ノミナル値	$Rc^{*(2)}(T_0) = Rc^{(2)}(T_0)$	$Rc^{*(2)}(T_0) = Rc^{(2)}(T_0) \times [Re^{(m)} / Rc^{(m)}(T_0)]$	$Rc^{*(2)}(T') = Rc^{(2)}(T') = Rc^{(2)}(T_0) + G^{(2)}(T' - T_0)$
設計誤差 (分散)	$V[Rc^{*(2)}(T_0)] = G^{(2)}MG^{(2)t} + Vm^{(2)}$	$V[Rc^{*(2)}(T_0)] = \Delta GM \Delta G^t + Ve^{(m)} + \Delta Vm$	$V[Rc^{*(2)}(T')] = G^{(2)}M'G^{(2)t} + Vm^{(2)} - NVm^{(12)} - Vm^{(12)t} N^t$
特 徴	<ul style="list-style-type: none"> ① 解析値がそのままノミナル値となる。 ② 設計誤差は、断面積に起因する誤差と解析モデル誤差の単純な加算である。 ③ 積分実験に関わる誤差は、当然ながら一切含まれない。 	<ul style="list-style-type: none"> ① E/C値を設計解析値に乗じて設計ノミナル値とする。 ② 設計誤差は、感度係数の相似性で小さくする。 ③ 積分実験誤差と実験解析誤差が新たに加わる。ただし、解析モデル誤差は、設計体系と実験体系に相関があれば小さくなる。 	<ul style="list-style-type: none"> ① 調整された炉定数による解析値が、設計ノミナル値となる。 ② 設計誤差は、断面積共分散の縮小により小さくなる。 ③ 実験誤差及び実験解析モデル誤差は、M'に含まれる。 ④ 解析モデル誤差は、設計体系と実験体系群の相関により小さくなる。

by Takeda, et al.: NSE103(1989)



種々の設計手法による 75万kWe級FBR炉心の核設計精度の比較

(単位: 1σ)

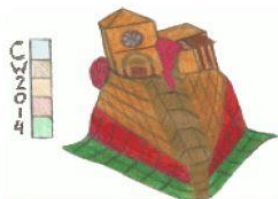


- 内側炉心燃料集合体 157体
- 外側炉心燃料集合体 117体
- 径方向ブランケット 66体
- 径方向遮へい体(ステンル鋼) 72体
- 径方向遮へい体(Zr-H) 162体
- 制御棒(粗調整棒) 15体
- 制御棒(微調整棒) 6体
- 制御棒(後備炉停止棒) 6体
- 合 計 601体

核特性	積分実験の 情報反映無し	E/C値バイアス 因子法*1)	炉定数調整法
臨界性	0.96 %	0.55 %	0.31 %
制御棒価値	2.9 %	2.6 %	1.3 %
Naボイド反応度	4.6 %	9.3 %	2.0 %
ドップラー反応度	4.7 %	9.1 %	2.1 %
F49反応率分布 (炉心領域)	2.3 %	2.6 %	1.6 %
燃焼反応度	16.5 %	23.5 %	10.8 %
増殖比	0.9 %	(バイアス値無し)	0.6 %

*1) ZPPR-10A、SEFOR、常陽Mk-Iデータを使用。

核データ共分散について 世界の最新動向を知るには . . .



**International Workshop on
Nuclear Data Covariances**

**April 28 – May 1, 2014
Santa Fe, New Mexico, USA**



<http://t2.lanl.gov/cw2014/>
proceedings: Nuclear Data Sheets 123 (2015).

おわりに

- 共分散の重要性自体は、核データを使用し始めた昔から認識されていましたが、我が国で本格的に研究が開始されたのは、1990年以降です。当初の簡易評価から始まり、すでに完成していた JENDL-3.2 に対する重要核種の共分散評価、JENDL-3.3 ではライブラリ作成と同時に共分散評価と続いてきて、JENDL-4.0 では、共分散評価はライブラリ作成主目的のひとつとされました。
- 世界のあらゆる技術分野に広がっている品質保証（Quality Assurance）への要求や、V&V（Verification and Validation）・説明責任（Accountability）などの確立の動きからすれば、原子力関係者は「UQ：不確かさの定量化」というテーマを避けてとおることはできないでしょう。今後の研究開発の進展を期待します。



”There seems no "golden rule of thumb" to improve the real covariance data, therefore, the persistent efforts to solve the individual problems would be the only way to reach the success of the covariance fields.” <from NEA/WPEC/SG33 Final Report.>



核データ共分散に関する参考文献 (1)

共分散評価の動機

- 1-1 神田幸則:「共分散評価WG」、核データニュース、No.49、1994年10月
- 1-2 Donald L. Smith: “Nuclear Data Uncertainties in 2004: A Perspective,” Proc. of International Conference on Nuclear Data (ND2004), Sep. 2004.
- 1-3 M. Salvatores: “Advanced fuel cycles and R&D needs in the nuclear data field,” Workshop on Nuclear Physics and Related Computational Science R&D for Advanced Fuel Cycles (GNEP), Maryland, Aug. 2006.

共分散評価手法・ツールの開発

- 2-1 河野俊彦、柴田恵一:「共分散評価システム」、日本原子力研究所、JAERI-Data/Code 97-037、1997年9月
- 2-2 河野俊彦:「共分散のためのツールの開発」、核データニュース、No.70、2001年11月
- 2-3 T.Kawano and K.Shibata: “Uncertainty Analysis in the Resolved Resonance Region of ^{235}U , ^{238}U and ^{239}Pu with Reich-Moore R-Matrix Theory for JENDL-3.2,” Journal of Nuclear Science and Technology, Vol.39, No.8, Aug. 2002.
- 2-4 N.M.Larson: “SAMMY: an ORNL Tool for Generating Covariance Matrices in the Resonance Region,” Workshop on Nuclear Physics and Related Computational Science R&D for Advanced Fuel Cycles (GNEP), Maryland, Aug. 2006.
- 2-5 N. Otuka, A. Zukeran, H. Takano, G. Chiba, and M. Ishikawa: “ERRORF - A code to Calculate Covariance of Self-shielding Factor and Its Temperature Gradient,” JAEA-Data/Code 2008-012, Jun. 2008.
- 2-6 M. Herman, et al.: “Development of Covariance Capabilities in EMPIRE Code,” Nuclear Data Sheets 109, pp.2752–2761, 2008.
- 2-7 P. Obložinský, et al.: “Formalism for neutron cross section covariances in the resonance region using kernel approximation,” Brookhaven National Laboratory, BNL-91287-2010 (April 2010).
- 2-8 De Saint Jean, et al.: “Uncertainty Evaluation of Nuclear Reaction Model Parameters Using Integral and Microscopic Measurements with the CONRAD Code,” Journal of Korean Physical Society (Proc. of Int. Conf. on Nuclear Data for Science and Technology, ND2010), Vol.59, No.2, pp.1276-1279, 2011.
- 2-9 D. Rochman, et al.: “Nuclear Data Uncertainty Propagation: Total Monte Carlo vs. Covariances,” Journal of Korean Physical Society (Proc. of International Conference on Nuclear Data for Science and Technology, ND2010), Vol.59, No.2, pp.1236-1241, Aug. 2011.

評価された共分散(日本)

- 3-1 K. Shibata, et al.: “Estimation of Covariance of ^{16}O , ^{23}Na , Fe, ^{235}U , ^{238}U and ^{239}Pu Nuclear Data in JENDL-3.2,” JAERI-Research 97-074, Japan Atomic Energy Research Institute, Oct. 1997.
- 3-2 T. Kawano, et al.: “Evaluation of Fission Cross Sections and Covariances for ^{233}U , ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu , ^{240}Pu and ^{241}Pu ,” JAERI-Research 2000-004, Japan Atomic Energy Research Institute, Feb. 2000.
- 3-3 T. Kawano, et al.: “Simultaneous Evaluation of Fission Cross Sections of Uranium and Plutonium Isotopes for JENDL-3.3,” Journal of Nuclear Science and Technology, Vol.37, No.4, pp.327-334, Apr. 2000.
- 3-4 K.Shibata, et al.: “JENDL-3.2 Covariance File,” Proc. of International Conference on Nuclear Data (ND2004), Sep. 2004.
- 3-5 K.Shibata, et al.: “Japanese Evaluated Nuclear Data Library Version 3 Revision-3: JENDL-3.3,” Journal of Nuclear Science and Technology, Vol.39, No.11, Nov. 2002.
- 3-6 O. Iwamoto, et al.: “Covariance Evaluation for Actinide Nuclear Data in JENDL-4.0,” Journal of Korean Physical Society (Proc. of International Conference on Nuclear Data for Science and Technology, ND2010), Vol.59, No.2, pp.1224-1229, Aug. 2011.
- 3-7 K. Shibata, et al.: “JENDL-4.0: A New Library for Nuclear Science and Engineering,” Journal of Nuclear Science and Technology, Vol.48, No.1, pp.1-30, Jan. 2011.

核データ共分散に関する参考文献 (2)

評価された共分散 (海外)

- 4-1 P. Obložinský: "International effort and covariance vision," Workshop on Nuclear Physics and Related Computational Science R&D for Advanced Fuel Cycles (GNEP), Maryland, Aug. 2006.
- 4-2 P. Obložinský, et al.: "Progress on Nuclear Data Covariances: AFCI-1.2 Covariance Library", Brookhaven National Laboratory, BNL-90897-2009, Sep. 2009.
- 4-3 M. Herman, et al.: "COMMARA-2.0 Neutron Cross Section Covariance Library," BNL-94830-2011, U.S. Department of Energy, Mar. 2011.
- 4-4 M. Herman: "Development of ENDF/B-VII.1 and Its Covariance Component," Journal of Korean Physical Society (Proc. of International Conference on Nuclear Data for Science and Technology, ND2010), Vol.59, No.2, pp.1034-1039, Aug. 2011.
- 4-5 M.B. Chadwick, et al.: "ENDF/B-VII.1 Nuclear Data for Nuclear Science and Technology: Cross Sections, Covariances, Fission Product Yields and Decay Data," Nuclear Data Sheets, Volume 112, Number 12, pp.2887-2996, Dec. 2011.
- 4-6 D.L. Smith: "Evaluated Nuclear Data Covariances: The Journey From ENDF/B-VII.0 to ENDF/B-VII.1," Nuclear Data Sheets 112, pp.3037-3053, 2011.
- 4-7 M. Herman, et al.: "Covariance Data in the Fast Neutron Region," Nuclear Energy Agency, International Evaluation Co-operation, Volume 24, NEA/NSC/WPEC/DOC(2010)427, 2011.

ENDFフォーマットの共分散ファイルを群構造データに変換するツール

- 5-1 K.Kosako: "Covariance Processing Code: ERRORJ," Proc. of the Specialist Meeting on Reactor Group Constant, JAERI-Conf 2001-009, Feb. 2001.
- 5-2 G. Chiba and M. Ishikawa: "Revision and Application of the Covariance Data Processing Code, ERRORJ," Proc. of International Conference on Nuclear Data (ND2004), Sep. 2004.
- 5-3 M.E. Dunn, et al.: "ORNL Cross-Section Covariance Processing Capabilities," Workshop on Nuclear Physics and Related Computational Science R&D for Advanced Fuel Cycles (GNEP), Maryland, Aug. 2006.
- 5-4 S. Kahler: "NJOY 99: Nuclear Data Processing System," <http://t2.lanl.gov/codes/njoy99/>, Los Alamos National Laboratory, 2011.

共分散の利用

- 6-1 M. Ishikawa, T. Hoshi, T. Sanda, T. Kamei and T. Kawakita: "Improvement of Nuclear Design Method for Large LMFBR Cores Using the Cross-Section Adjustment," Proc. Joint International Conference on Mathematical Methods and Supercomputing in Nuclear Applications (M&C+SNA'93), Karlsruhe, Germany, Vol.1, pp.593-60, 1993.
- 6-2 M. Ishikawa: "Utilization of Cross-section Covariance Data in FBR Core Nuclear Design and Cross-section Adjustment," Proc. of the Specialists' Meeting on Covariance Data, July 15-16, 1993, Tokai, Japan, JAERI-M 94-068, pp.64-75, 1994.
- 6-3 M. Ishikawa, K. Sugino, W. Sato and K. Numata: "Development of a Unified Cross-section Set ADJ2000 based on Adjustment Technique for Fast Reactor Analysis," J. Nucl. Sci. Technol., Supplement 2, Proc. of International Conference on Nuclear Data for Science and Technology (ND2001), Tsukuba, Japan, Vol.2, pp.1073-1076, 2002
- 6-4 杉野和輝、石川眞、沼田一幸、岩井武彦、神智之、長家康展、羽様平、千葉豪、横山賢治、久語輝彦:「核設計基本データベースの整備(XIV) – JENDL-4.0に基づく高速炉核特性解析の総合評価 –」、日本原子力研究開発機構、JAEA-Research 2012-013, 2012年7月。
- 6-5 M. Salvatores, et al.: "Methods and Issues for the Combined Use of Integral Experiments and Covariance Data," NEA/WPEC/SG33 report, NEA/NSC/WPEC/DOC(2013)445, 2013.
- 6-6 K. Yokoyama and M. Ishikawa: "Use and Impact of Covariance Data in the Japanese Latest Adjusted Library ADJ2010 Based on JENDL-4.0," Nuclear Data Sheets, Volume 123, pp.97-103, Jan. 2015.