

核データチュートリアル
2007年1月25日
東海リコッティ

核データ共分散の利用法

日本原子力研究開発機構 (JAEA)

石川 眞



お話し の 目的

高速炉の炉心解析・炉心設計の分野で、核データの共分散がどのように利用されているかを、知っていただくこと

(内容)

1. 核データの共分散とは？

→ 定義、参考文献の紹介、例の提示、いわゆる「誤差」との関係。

2. 共分散を用いた炉心核特性の予測精度評価法

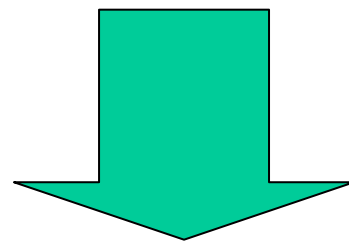
→ 高速炉心核特性の特徴、誤差の要因、感度係数、精度評価式。

3. 共分散を活用した炉心核設計の精度向上方策

→ 積分実験、E/Cバイアス補正法、炉定数調整法。



1. 核データの共分散とは？



参照文献を提示

共分散の定義

Donald L. Smith: “Probability, Statistics, and Data Uncertainties
in Nuclear Science and Technology”, OECD/NEA, 1991

✓ 分散 (Variance): $\mu_{ii} = \text{var}(x_i) = \langle (x_i - m_{0i})^2 \rangle$ for $i = 1, n$

● 標準偏差 (Standard deviation): $\sigma_i = \text{std}(x_i) = \sqrt{\text{var}(x_i)}$ ($m_{0i} = \langle x_i \rangle$: mean value)

✓ 共分散 (Covariance):

$\mu_{ij} = \text{COV}(x_i, x_j) = \langle (x_i - m_{0i})(x_j - m_{0j}) \rangle$ for $i, j = 1, n$ with $i \neq j$

● 相関係数 (Correlations):



$$\rho_{ij} = \frac{\mu_{ij}}{\sqrt{\mu_{ii}\mu_{jj}}} = \frac{\text{COV}(x_i, x_j)}{\text{std}(x_i) \times \text{std}(x_j)} \quad \text{where, } -1 \leq \rho_{ij} \leq 1$$

併せて、分散・共分散行列 (variance-covariance matrix) と呼ぶ。

→ 対称性をもつ (symmetric)、正定値 (positive definite) の行列



核データ共分散の参考文献（１）

共分散評価の動機

- ✓ 神田幸則:「共分散評価WG」、核データニュース、No.49、1994年10月 … 核データに対する共分散は核データ分野では古い話題である。それが今何故にWGを付けて評価しようとしているのか。一言で言えば、需要があるからである。… 核データは、物理定数の一種であるから、… 物理定数に当然付随すべき誤差すなわち共分散を評価しファイル化するのが順当な計画である。…
- ✓ Donald L. Smith: “Nuclear Data Uncertainties in 2004: A Perspective,” Int. Conf. on Nuclear Data, Santa Fe, Sep. 2004. … Thus, the principal motivations for understanding uncertainty and developing methods that apply the tools of statistics stem mainly from practical considerations. These can be summed up by the “big three” motivators: “safety,” “cost,” and “reliability.”
- ✓ M. Salvatores: “Advanced fuel cycles and R&D needs in the nuclear data field,” Workshop on Nuclear Physics and Related Computational Science R&D for Advanced Fuel Cycles (GNEP), Maryland, Aug. 2006. … How to meet requirements… The task to assess credible requirements requires a tight co-operation of nuclear physicists, reactor physicists and reactor system designers. A major challenge: the nuclear data covariance assessment.



核データ共分散の参考文献（2）

共分散評価手法・ツールの開発

- ✓ 河野俊彦:「共分散のためのツールの開発」、核データニュース、No.70、2001年11月 … JENDLで採用されている共分散の評価手法は二つに大別される。一つは実験データの誤差(系統誤差・統計誤差)から評価値の共分散を算出するもので、GMAコードのような最小二乗法が用いられる。… もう一つの手法は共分散評価システムKALMAN. . . 理論計算に基づいて共分散を算出する. . .
- ✓ T.Kawano and K.Shibata: “*Uncertainty Analysis in the Resolved Resonance Region of ^{235}U , ^{238}U and ^{239}Pu with Reich-Moore R-Matrix Theory for JENDL-3.2,*” J. of Nuclear Science and Technology, Vol.39, No.8, Aug. 2002. . . . In this method, uncertainties in the total, capture, and fission cross sections are assumed, then uncertainties in the resonance parameters which reproduce the accuracy of the cross sections are estimated by means of the error propagation.
- ✓ N.M.Larson: “*SAMMY: an ORNL Tool for Generating Covariance Matrices in the Resonance Region,*” Workshop on Nuclear Physics and Related Computational Science R&D for Advanced Fuel Cycles (GNEP), Maryland, Aug. 2006. . . . Two methods for generating RPCM •Customary method, used for new evaluations—RPCM is generated by the fitting procedure automatically —Incorporates all experimental uncertainties, •Retroactive method, used when a new evaluation is not possible.



核データ共分散の参考文献（3）

評価された(される)共分散

- ✓ K. Shibata, et al.: “*JENDL-3.2 Covariance File*,” Int. Conf. on Nuclear data for Science and Technology (ND2004), Sep. 2004. . . . The physical quantities for which covariances are required are cross sections, average number of emitted neutrons per fission, resolved and unresolved resonance parameters, the first order Legendre-polynomial coefficient for elastically scattered neutrons, and fission neutron spectra. Covariances were prepared for 16 nuclides: ^1H , ^{10}B , ^{16}O , ^{23}Na , Cr, ^{55}Mn , Fe, Ni, Zr, ^{233}U , ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu , ^{240}Pu and ^{241}Pu .
- ✓ K. Shibata, et al.: “*Japanese Evaluated Nuclear Data Library Version 3 Revision-3: JENDL-3.3*,” J. of Nuclear Science and Technology, Vol.39, No.11, Nov. 2002. . . . In JENDL-3.3, covariances are included for 20 nuclides, as indicated in Table 2 (^1H , ^{10}B , ^{11}B , ^{16}O , ^{23}Na , ^{48}Ti , V, ^{52}Cr , ^{55}Mn , ^{56}Fe , ^{59}Co , ^{58}Ni , ^{60}Ni , ^{90}Zr , ^{233}U , ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu , ^{240}Pu , ^{241}Pu). The covariances for ^{48}Ti , V, and ^{59}Co were newly evaluated for JENDL-3.3.
- ✓ P. Oblozinsky: “*International effort and covariance vision*,” Workshop on Nuclear Physics and Related Computational Science R&D for Advanced Fuel Cycles (GNEP), Maryland, Aug. 2006. . . . Proceed in 3 steps, adopt flexible approach, establish strong dialog with users, produce usable results in each step. 1. 1st year: Produce crude, yet reasonable covariances for all nuclei in ENDF/B-VII.0 (Chadwick’s idea, LANL), make results available via ENDF/A library, establish dialog with users, release in 2007. 2. Next 2-3 years: Improve all covariances so that they are of solid quality to justify their inclusion into ENDF/B-VII.1, release in ~2010. 3. Next 4-5 years: Produce quality results, include into ENDF/B-VII.2, release ~2015.



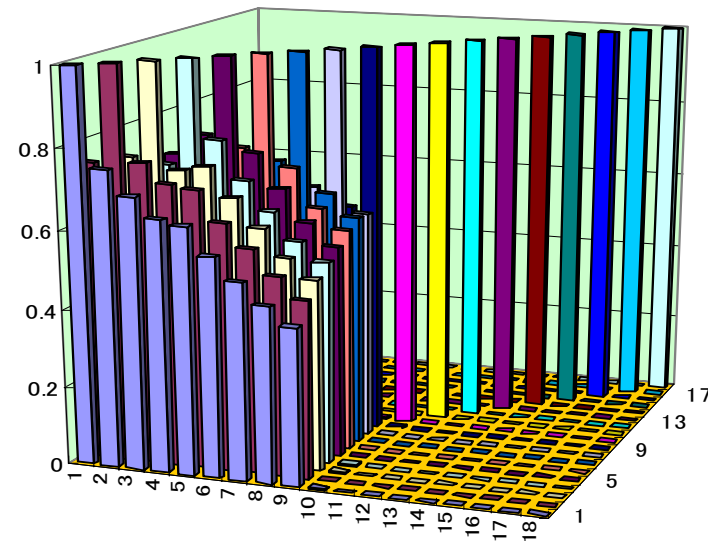
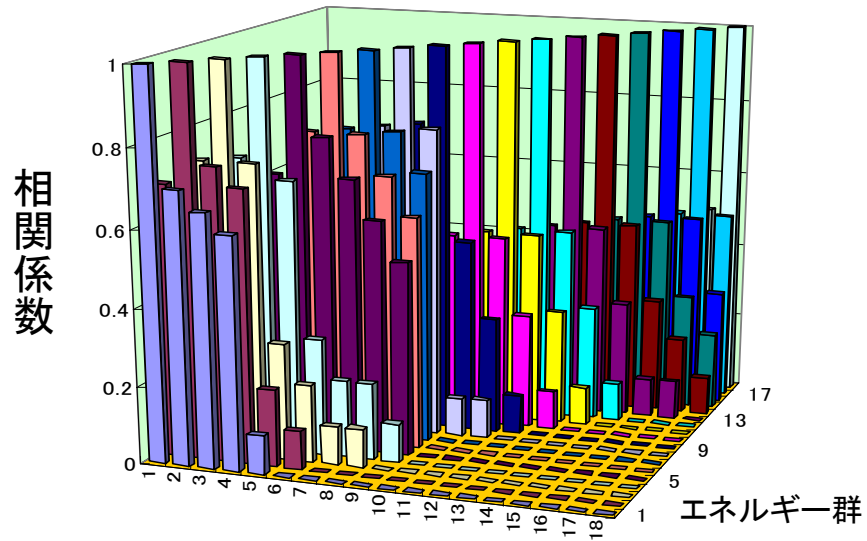
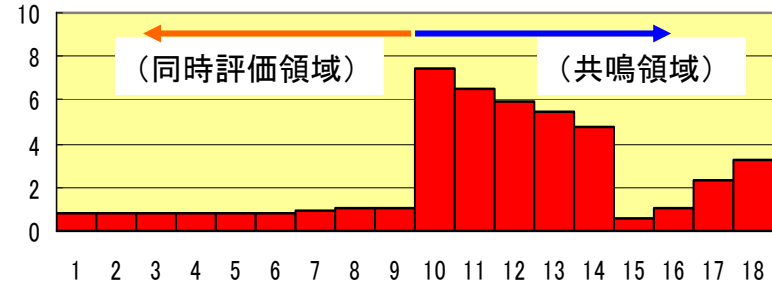
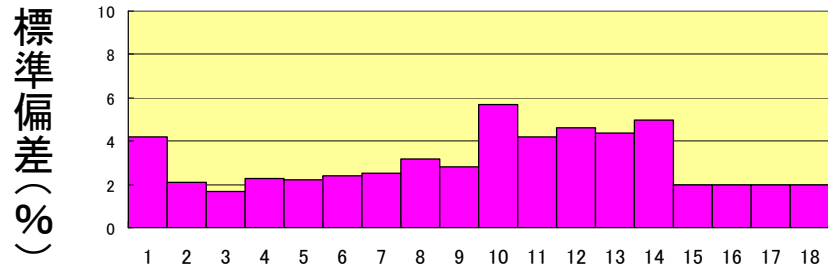
核データ共分散の参考文献（４）

ENDFフォーマットの共分散ファイルを群構造データに変換するツール

- ✓ K.Kosako: “*Covariance Processing Code: ERRORJ*,” Proc. of the Specialist Meeting on Reactor Group Constant, JAERI-Conf 2001-009, Feb. 2001. ... The ERRORJ code was developed to process the covariance data of JENDL-3.2. ERRORJ has the processing functions of covariance data for cross sections including resonance parameters, angular distribution and energy distribution.
- ✓ G. Chiba and M. Ishikawa: “*Revision and Application of the Covariance Data Processing Code, ERRORJ*,” Int. Conf. on Nuclear data for Science and Technology (ND2004), Santa Fe, Sep. 2004. ... ERRORJ is the only code that can process the covariance data of the Reich-Moore resolved resonance parameters and the unresolved resonance parameters in the world. Now, the new version, version 2.2, has been developed and is released with improved reliability. Covariance data contained in ENDF/B, JEF(F), and JENDL are processed. Large differences are observed in the covariance between these nuclear data files.
- ✓ M.E. Dunn, et al.: “*ORNL Cross-Section Covariance Processing Capabilities*,” Workshop on Nuclear Physics and Related Computational Science R&D for Advanced Fuel Cycles (GNEP), Maryland, Aug. 2006. ... PUFF-IV Module Development for AMPX code system: Complete rewrite of PUFF-III code in F90, ... Processes ENDF/B Files 31, 32 and 32, Utility modules available to interface with NJOY-generated libraries.... Group averages of covariances are calculated using the above derivatives, Resolved region data can be handled—existing ENDF/B unresolved formats can be processed...



群構造共分散の例 (Pu-239核分裂反応)



簡易評価による旧共分散(1991年)

シグマ委員会による新共分散(2000年)



JENDL-3.2へ



いわゆる「誤差」と共分散の関係（余談）

—瀬正巳:「誤差論」、培風館(1953年)

ある量の観測値 z のその真値 Z に対する差 $z-Z$ （真値より大きいとき誤差正）が誤差であり、これをその起因と性質により通常次のとおり分類する。

A. 系統誤差
（または定誤差）

a. 理論誤差

b. 器械誤差

c. 個人誤差

B. 偶発誤差

d. 過失誤差

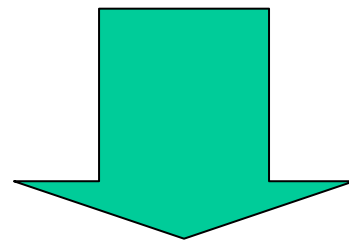
(統計誤差と呼ぶことが多い) e. 必然的偶発誤差

ここで、疑問(愚問)が生じます...

- 系統誤差とは、バイアス(偏差)とは違うのではないか？ 共分散を使用する場合は、正または負に偏っているバイアスは排除しなければならないのではないか？
- 一回だけの測定値には、系統誤差を考える意味があるか？ 系統誤差とは、複数の測定値を処理するときのみ必要な概念ではないか？ 系統誤差は、100%かゼロのどちらかしかないのか？ 例えば、「炉心燃料の組成分析に起因する臨界性誤差」は、いつも系統誤差か？



2. 共分散を用いた炉心核 特性の予測精度評価法



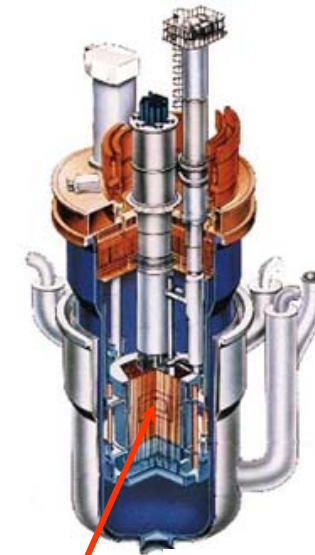
感度係数とセット

高速炉心における核特性評価の特徴

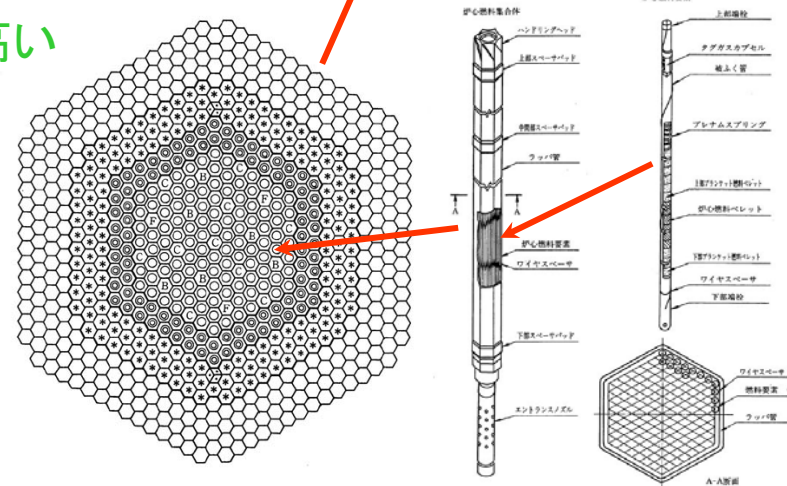
- ★ 燃料ペレット、被覆管、冷却材、ラッパ管、複数Pu富化度などからなる複雑な非均質構造をもつ。
- ★ 核分裂スペクトルの数MeV領域から、実効的な寄与がなくなる数10eVまでの5桁にも及ぶ広いエネルギー範囲での中性子減速・吸収過程を精度良く評価する必要がある。
- ★ 評価誤差の主要な部分が、物性値(核データ)の不確かさに起因する。
- ★ 他の工学分野(熱流力、燃料等)に比べ、高い目標精度を要求される。 → 次頁。



- A. 解析手法の詳細化
- B. 積分模擬実験の反映による実機設計予測精度の向上



高速原型炉「もんじゅ」



(※石川真、山本敏久、竹田敏一：「高速炉核特性解析システムの高度化」、原子力学会和文誌、Vol.36、pp.1031-1038、1994年)



高速炉核特性の目標精度と誤差の影響

◆ 臨界性： 目標※ → $\pm 0.3\% \Delta k (1\sigma)$

◇ 従来の設計誤差：0.5～1.0% Δk → 大型炉では周辺燃料集合体の10～20体の不確かさに相当。これをカバーするために、制御棒の過大装備、燃料のPu富化度変更などの設計対応が必要。

◆ 出力分布： 目標 → $\pm 3\% (2\sigma)$

◇ 従来の設計誤差：5% → 最大線出力で約20Wの余裕を見込む必要があり、事故時の燃料未熔融制限が厳しい。このために、安全保護系の過重化、炉心の低線出力化（炉心の大型化、燃料ピン本数の増大）などを招く。

◆ ドップラー反応度： 目標※ → $\pm 14\% (2\sigma)$

◇ 従来の設計誤差：20～30% → 事故時に最も即発的に効く反応度であるため、検出系・制御系の応答速度要求等に直接関わる。

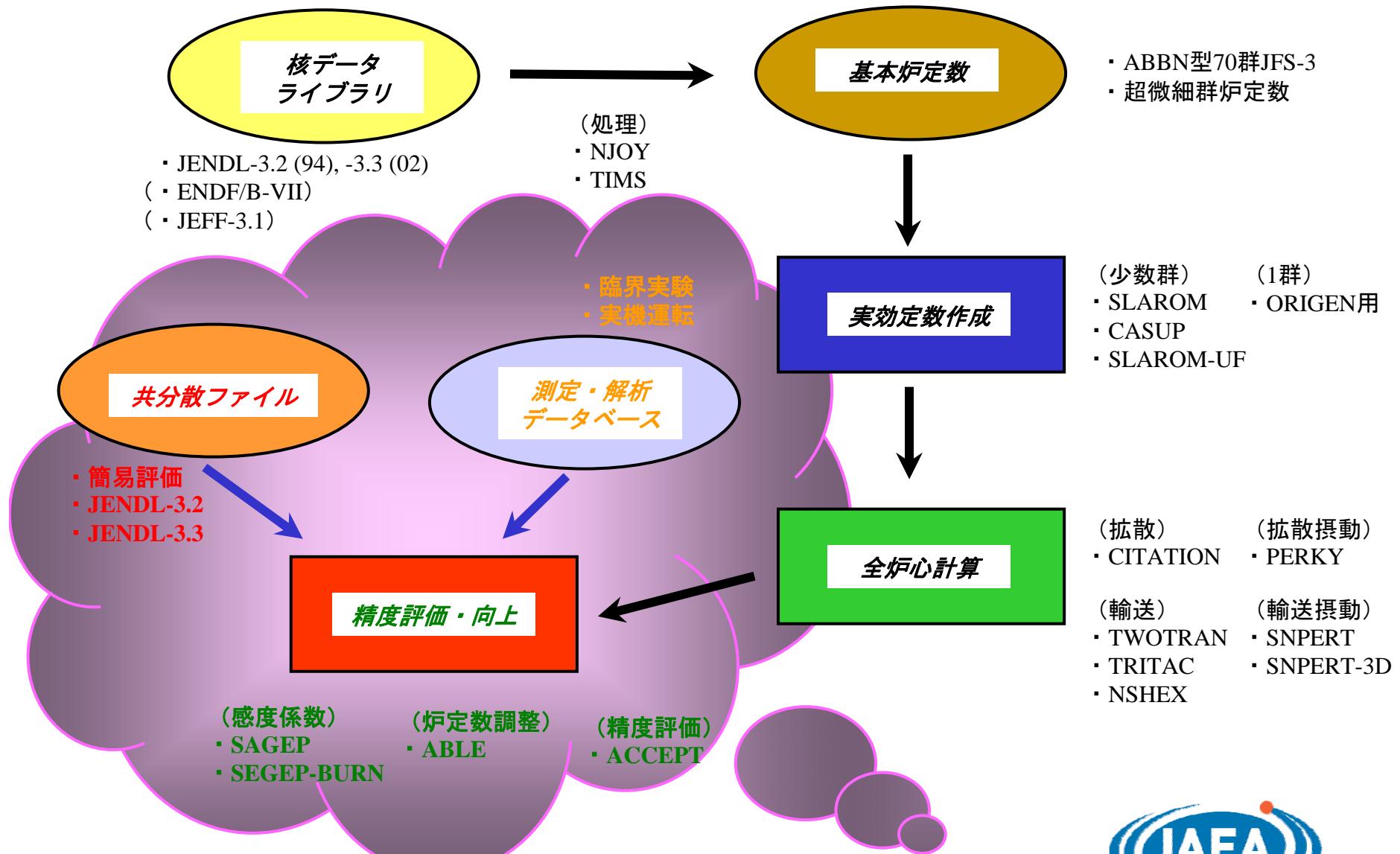
◆ ナトリウムボイド反応度： 目標※ → $\pm 20\% (2\sigma)$

◇ 従来の設計誤差：40～50% → もんじゅのULOF解析では、起因過程の発生機械エネルギーは炉容器内に収まったが、大型炉でもんじゅと同じ誤差を考慮した場合は、非常に厳しくなると予想される。

(※高速増殖炉研究開発分科会第3検討Gr（炉心・燃料）、H8年4月）



高速炉心における核特性解析の流れ



(※横山賢治、羽様平、千葉豪、大木繁夫、石川眞：「高速炉サイクルの研究開発を支える解析システム V. 核特性解析コードシステムの開発と利用」、サイクル機構技報、No.17、pp.19-30、2002年12月)



高速炉心核設計における誤差の発生要因

1. 核データの不確かさに起因する核特性予測誤差

← 本日の主題。

2. 解析モデルの近似度に起因する核特性予測誤差

← 非均質性、エネルギー群数、3次元輸送効果、燃焼チェーンなど。

※ 加えて、実機体系の不確かさ（新燃料組成、幾何学形状、炉心温度、燃料交換パターン、制御棒運用、等） ← 設計の考え方に依存する。

＜積分実験解析データ(C/E値)を、精度向上に用いる場合＞

3. 実験(E)に関する誤差(測定、体系)と、実験解析(C)に関する誤差(解析モデル誤差、(縮小された)核データ誤差)

← 後述。



1989年の高速実証炉の核設計精度評価（例）

表4.2.1.1-14 実効増倍率の予測精度評価結果

誤差項目		誤差 (2σ相当, %Δk)		備 考
		均質炉心	軸非均質炉	
実験 解析	測定誤差	±0.08	±0.08	ANLの評価結果を適用
	C/E値のバラツキ	± — / ±0.32* ¹	± — / ±0.32* ¹	測定誤差と解析手法以外の要因により生ずるC/E値のバラツキ
	解析手法	±0.06	±0.10	70群無限メッシュ輸送計算 (S _∞) に対する解析精度として評価
実 機 へ の 外 挿	非均質性	±0.2	±0.2	実験体系（プレート・ドロウ構造）に対する非均質性評価手法を実機体系（ピン・ラッパ管構造）に適用した場合の非均質効果評価上の誤差
	炉心組成 <内訳> ・ ²³⁹ Pu等価係数誤差 ・構造材密度係数誤差	±0.78 ±0.76 ±0.18	±0.78 ±0.76 ±0.18	実験体系と実機の炉心組成に基づく誤差について以下のように設定 ・等価フィッサイル富化度法を適用した場合の実機との燃料組成差に対する外挿誤差 ・実機との構造材組成差に対する外挿誤差
	炉心温度	±0.13 (±0.39)* ²	±0.15 (±0.45)* ²	実験体系と実機体系の炉心温度の差に伴う不確かさをドップラ係数の誤差 (25%) と等温度係数の誤差 (20%) を用いて設定
	炉心構成	± —	±0.20	軸非均質炉心に対しFCAの実験結果より内部ブランケット配置に対する誤差を設定
	炉心寸法	± —	± —	炉心寸法に対する外挿誤差は十分小さいとして無視
設計体 系の不 確かさ	炉心組成	±0.01	±0.01	等価フィッサイル富化度公差に対し設定
	炉心温度	± — (±0.18)* ²	± — (±0.17)* ²	設計上用いた炉心温度の不確かさに対し設定
誤差総計		±0.82/±0.88* ¹ (±0.92/±0.97)* ²	±0.85/±0.91* ¹ (±0.99/±1.04)* ²	

*1 制御棒数のC/E値依存性を考慮する場合/考慮しない場合

*2 ()内は 100%定格出力時の予測精度

(※ 原電・動燃共同研究: 「大型炉心臨界実験に関する評価研究(IV)、PNC SY9471 90-001、1990年3月)

核特性に対する核データ感度係数

定義

→ 核データ(断面積) σ_i の単位
変動量当たりの核特性 R の変動量
(相対値)

(ここで、 i : 核種、反応、エネルギー群など。)

$$S_i = \frac{\frac{dR}{R}}{\frac{d\sigma_i}{\sigma_i}}$$

感度係数の算出法

方法① 直接に断面積を変動させ、核特性の変動量を得る

→ 膨大な計算量(核種数 × 反応数 × エネルギー群数 + χ 、 β など、約千のオーダー)

→ 断面積量が小さいと桁落ちし、大きいと非線形性の発生

方法② 一般化摂動理論※の適用

→ 一度だけ、一般化(随伴)中性子束を計算すればよい

(※ L.N.Usachev: "Perturbation Theory for the Breeding Ratio and for Other Number Ratios Pertaining to Various Reactor Processes, J. of Nuclear Energy Parts A/B, Vol.18, pp.571-583, 1964.)



一般化摂動理論による感度係数 (1/2)

- 通常の摂動理論: 炉心体系の変化に対する実効増倍率の変化(応答)を扱う
- 一般化摂動理論: この応答を評価する対象を、反応率比・反応度まで拡張した

- <研究経緯>
- ・ Usachev (1964) - 初めて、反応率比に対する定式化
 - ・ Gandini (1967) - 反応度まで扱えるように拡張
 - ・ Stacey (1972) - Neumann級数展開を用いて、数值的に解く方法を考案
 - ・ 三谷・黒井 (1972) - 世代別インポートランスの観点から考察
 - ・ 原・竹田 (1984) - 感度係数解析コードSAGEPを作成・公開し、実用化

- ★ 断面積の変動 → 着目核特性を直接変動させる寄与
+ (随伴)中性子束が変化して間接的に核特性に寄与

$$\text{拡散方程式: } -\nabla \cdot D(\vec{r}, E) \nabla \phi(\vec{r}, E) + \Sigma_a(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E) + \int dE' \Sigma_s(\vec{r}, E \rightarrow E') \phi(\vec{r}, E') - \int dE' \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E) \phi(\vec{r}, E') - \frac{\chi(E)}{k_{eff}} \int dE' \nu(E') \Sigma_f(\vec{r}, E') \phi(\vec{r}, E') \equiv B\phi = 0$$

同様に、随伴方程式: $B^* \phi^* = 0$

(※原昭浩、竹田敏一、菊池康之:「SAGEP:一般化摂動理論に基づく二次元感度解析コード」、JAERI-M 84-027、原研、1984年)



一般化摂動理論による感度係数 (2/2)

■ 核特性Rが**反応率比**の場合:
$$R \equiv \frac{[\Sigma_1 \phi]}{[\Sigma_2 \phi]} = \frac{\iint d\vec{r} dE \Sigma_1(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E)}{\iint d\vec{r} dE \Sigma_2(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E)}$$

感度係数:
$$S \equiv \frac{\frac{dR}{d\sigma}}{\frac{R}{\sigma}} = \sigma \frac{d(\ln R)}{d\sigma} = \left\{ \left[\frac{\frac{d\Sigma_1}{d\sigma} \phi}{[\Sigma_1 \phi]} - \frac{\left[\frac{d\Sigma_1}{d\sigma} \phi \right]}{[\Sigma_1 \phi]} \right] + \left[\frac{\Sigma_1 \frac{d\phi}{d\sigma}}{[\Sigma_1 \phi]} - \frac{\left[\Sigma_2 \frac{d\phi}{d\sigma} \right]}{[\Sigma_2 \phi]} \right] \right\} \sigma$$

一般化随伴中性子束 Γ^* :
$$B^* \Gamma^* = \frac{\Sigma_1 \phi}{[\Sigma_1 \phi]} - \frac{\Sigma_2 \phi}{[\Sigma_2 \phi]}$$

変動後のバランス式: $(B + dB)(\phi + d\phi) = 0$

→
$$S \equiv \frac{\frac{dR}{d\sigma}}{\frac{R}{\sigma}} = \left\{ \left[\frac{\frac{d\Sigma_1}{d\sigma} \phi}{[\Sigma_1 \phi]} - \frac{\left[\frac{d\Sigma_1}{d\sigma} \phi \right]}{[\Sigma_1 \phi]} \right] + \left[\frac{d\phi}{d\sigma} B^* \Gamma^* \right] \right\} \sigma = \left\{ \left[\frac{\frac{d\Sigma_1}{d\sigma} \phi}{[\Sigma_1 \phi]} - \frac{\left[\frac{d\Sigma_1}{d\sigma} \phi \right]}{[\Sigma_1 \phi]} \right] - \left[\Gamma^* \frac{dB}{d\sigma} \phi \right] \right\} \sigma$$

■ 核特性Rが**反応度**の場合:
$$R \equiv \frac{[\phi^* H_1 \phi]}{[\phi^* H_2 \phi]} = \frac{\iint d\vec{r} dE \phi^* H_1(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E)}{\iint d\vec{r} dE \phi^* H_2(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E)}$$

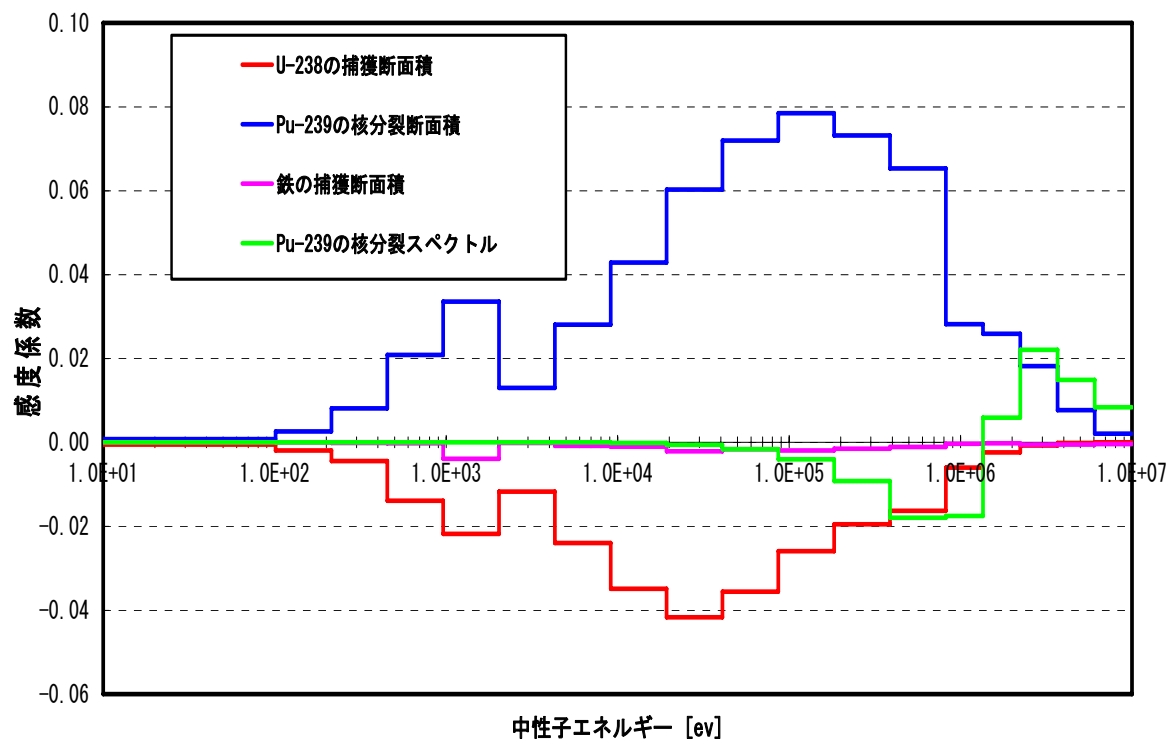
一般化随伴中性子束 Γ^* : $B^* \Gamma^* = \frac{H_1 \phi^*}{[\phi^* H_1 \phi]} - \frac{H_2 \phi^*}{[\phi^* H_2 \phi]}$ 一般化中性子束 Γ : $B\Gamma = \frac{H_1 \phi}{[\phi^* H_1 \phi]} - \frac{H_2 \phi}{[\phi^* H_2 \phi]}$

→
$$S \equiv \frac{\frac{dR}{d\sigma}}{\frac{R}{\sigma}} = \left\{ \left[\frac{\phi^* \frac{dH_1}{d\sigma} \phi}{[\phi^* H_1 \phi]} - \frac{\left[\phi^* \frac{dH_2}{d\sigma} \phi \right]}{[\phi^* H_2 \phi]} \right] - \left[\Gamma^* \frac{dB}{d\sigma} \phi \right] - \left[\Gamma \frac{dB^*}{d\sigma} \phi^* \right] \right\} \sigma$$



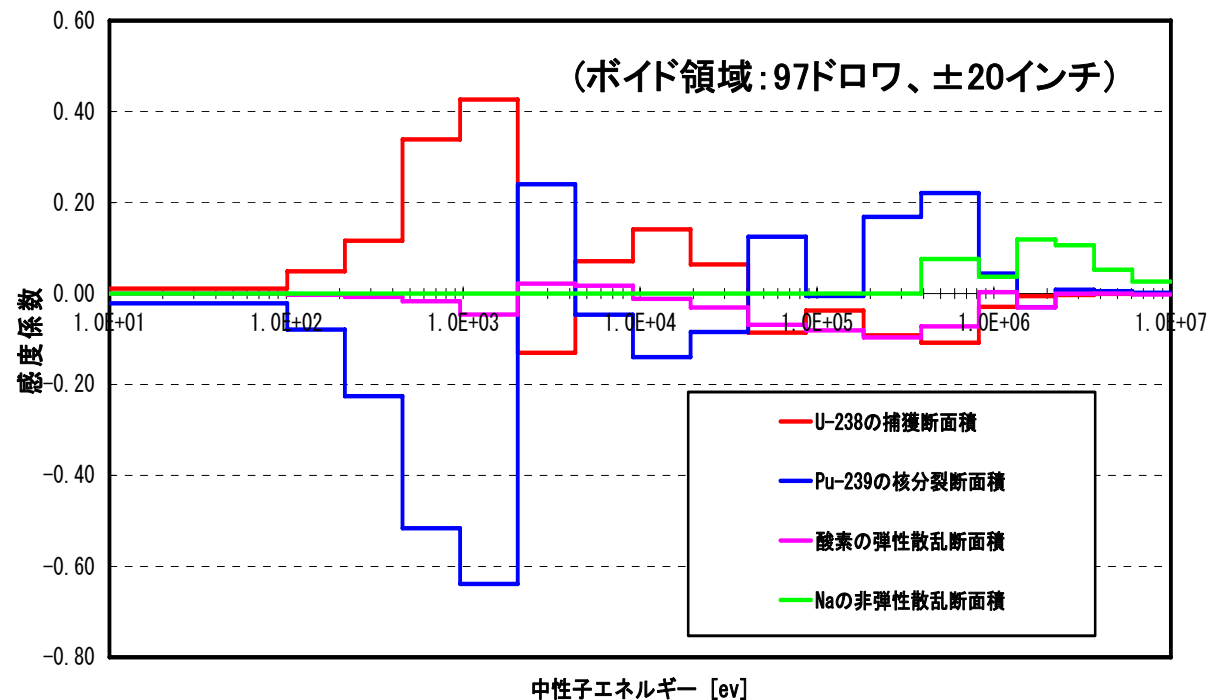
ZPPR-9臨界実験の臨界性の感度係数

- Pu-239核分裂反応、U-238捕獲反応に大きな感度をもつが、その他の核種反応の影響も無視できない
- 核分裂スペクトルに対する感度は、エネルギーに依存して符号が逆転する



ZPPR-9臨界実験の Naボイド反応度の感度係数

- Naの巨大共鳴ピークがあるエネルギー数keV付近に、非常に大きな感度をもつ
- 中性子スペクトルや漏洩に影響する弾性散乱、非弾性散乱断面積の感度も大きい



ドップラー反応度の感度係数評価式

- 従来の炉定数調整・設計精度評価式は、無限希釈断面積のみを対象。
→ 温度核特性(ドップラー反応度)が評価できなかった。

- ドップラー反応度:
$$R = \frac{1}{k_{eff,low}} - \frac{1}{k_{eff,high}}$$

- 高温と低温の実効断面積の関係:
$$\sigma_{eff,high} \approx \left[f_{low} + \left(\frac{df}{dT} \right) \Delta T \right] \sigma_{\infty,low} = (1 + f' \Delta T) \sigma_{eff,low}$$

ここで、 $f' = \frac{1}{f_{low}} \left(\frac{df}{dT} \right)$



- 自己遮蔽因子の温度勾配 f' を疑似断面積とした感度係数の導入:

$$S_{f'} \equiv \frac{dR/R}{df'/f'} = \left(\frac{\sigma_{eff,high} - \sigma_{eff,low}}{\sigma_{eff,high}} \right) \times \frac{1}{R} \times \frac{S_{k_{eff,high}}}{k_{eff,high}} \quad \text{ここで、} \quad S_{k_{eff,high}} = \frac{dk_{eff,high}/k_{eff,high}}{d\sigma_{\infty,high}/\sigma_{\infty,high}}$$

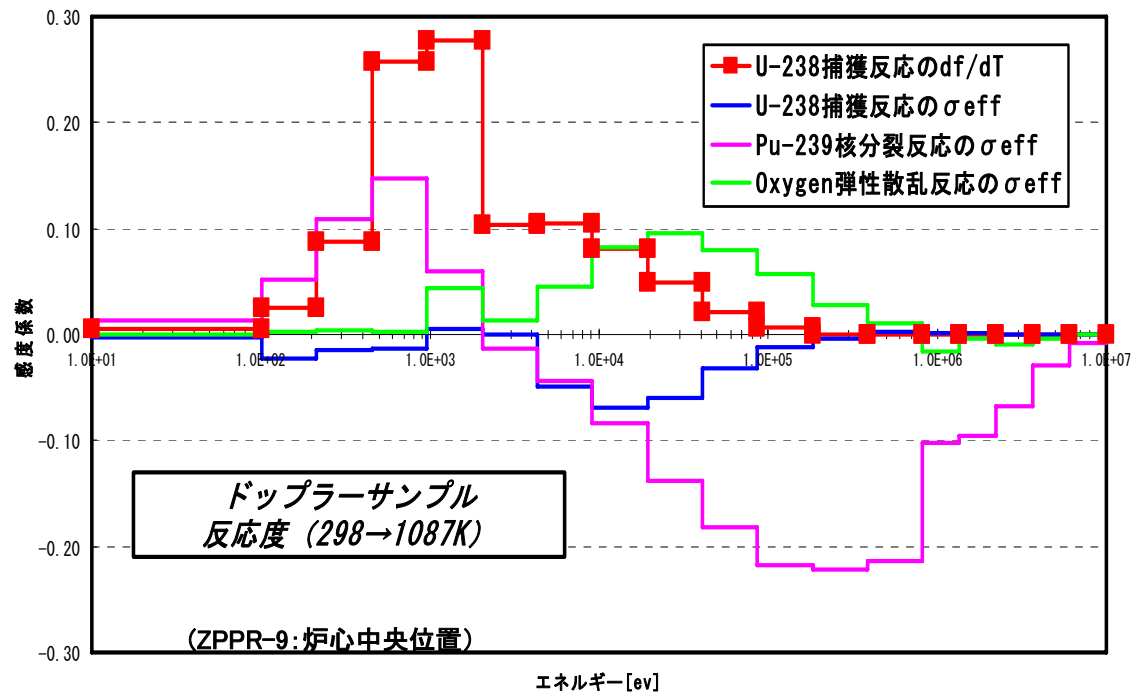
- (特徴) ①実効増倍率 k_{eff} の感度係数から、容易に算出できる。
 ②常温時の自己遮蔽因子には影響しない。

(※石川眞、沼田一幸、佐藤若英、杉野和輝:「高速炉用統合炉定数ADJ2000の作成」、JNC TN9400 2001-071、サイクル機構、pp.27-30、2001年6月)



ZPPR-9臨界実験の ドップラー反応度の感度係数

- U-238捕獲反応の自己遮蔽因子の勾配は、keV領域で大きな正、
- Pu-239核分裂反応は、摂動分母を大きくするので負、
- 炉心中心位置でのサンプル反応度であるため、空間分布に影響する反応も感度をもつ。



燃焼核特性の感度係数評価式

- 必要性: ①燃焼反応度損失・燃焼組成変化など、実機測定データの活用
②FBR実機燃焼炉心における核特性設計精度評価

■ 全燃焼感度係数:
$$S(\sigma_x^g) = \frac{dR/R}{d\sigma_x^g/\sigma_x^g} = \frac{\sigma_x^g}{R} \times \left\{ S_D + S_N + S_\phi + S_{\phi^*} + S_P \right\}$$

$$S_D = \sum_{i=1}^I \left[\int_t^{t_{i+1}} dt \frac{\partial R}{\partial \sigma_x^g} \right]_{E,V}$$
 : 直接項 ここで、

$$S_N = \sum_{i=1}^I \int_t^{t_{i+1}} dt \left[N^* \frac{\partial M}{\partial \sigma_x^g} N \right]_{E,V}$$
 : 数密度項 $\frac{\partial}{\partial t} N(t) = M \times N(t)$: 燃焼方程式

$$S_\phi = \sum_{i=1}^{I+1} \left[\Gamma_i^* \frac{\partial B}{\partial \sigma_x^g} \phi_i \right]_{E,V}$$
 : 中性子束項 $P_i = \int_{E,V} dEdV [\kappa \sigma_f N \phi_i]$: 原子炉出力

$$S_{\phi^*} = \sum_{i=1}^{I+1} \left[\Gamma_i \frac{\partial B}{\partial \sigma_x^g} \phi_i^* \right]_{E,V}$$
 : 随伴中性子束項 P^* : 随伴出力

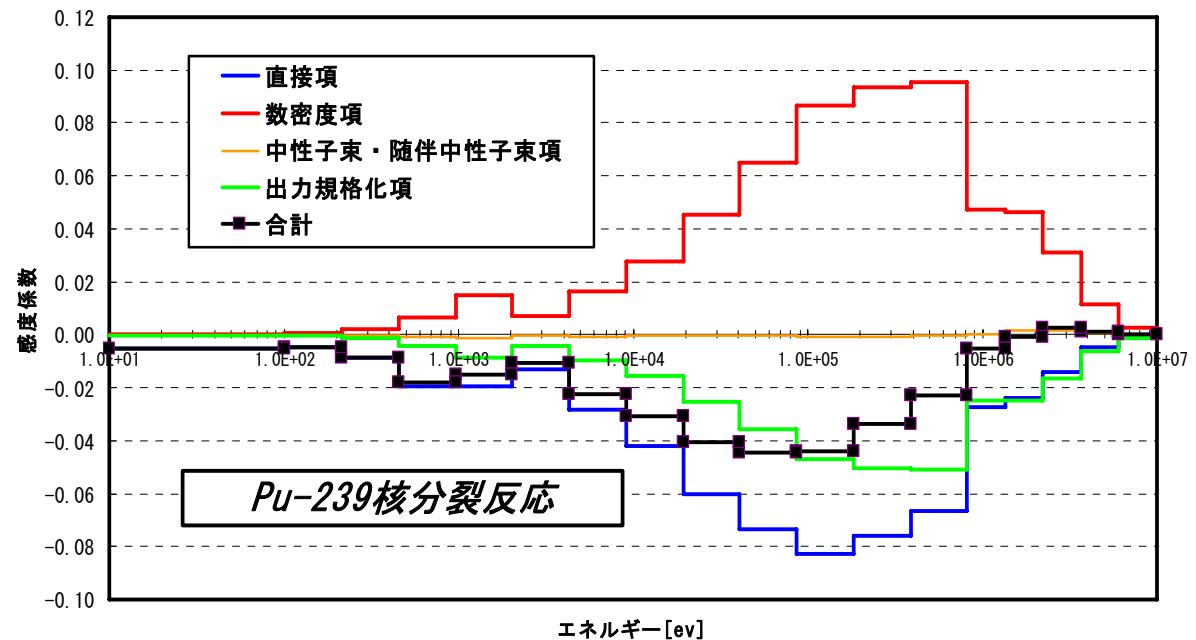
$$S_P = \sum_{i=1}^{I+1} \left[P_i^* \frac{\partial P_i}{\partial \sigma_x^g} \right]_{E,V}$$
 : 出力規格化項 N_i^* : 随伴数密度

(※M.L.Williams: "Development of Depletion Perturbation Theory for Coupled Neutron/Nuclide Fields," Nuclear Science and Engineering 70, pp.20-36, 1979.)



「常陽」Mk-I 炉心の 燃焼反応度損失の感度係数

- **直接項**は、摂動分母を大きくするので負、
 - **数密度項**は、Pu-239個数の減少を早めるので正、
 - **出力規格化項**は、中性子束レベルを下げるので負。
- ↓
- 相殺で、**Pu-239核分裂反応**の感度係数合計は、わずかな負となる。



核設計予測精度の評価式 (I)

※ T.Takeda, et al.: "Prediction Uncertainty Evaluation Methods of Core Performance Parameters in Large Liquid-Metal Fast Breeder Reactors," NSE 103, pp.157-165, 1989

(臨界実験などの積分データを用いない場合)

● 核特性のノミナル値: $Rc^{*(2)}(T_0) = Rc^{(2)}(T_0)$

● 設計誤差(分散): $V[Rc^{*(2)}(T_0)] = \underline{G^{(2)} M G^{(2)t}} + Vm^{(2)}$

ここで、 T_0 : 基本炉定数

Rc : 核特性Rの解析値

*: 核特性の設計ノミナル値(最確値)

(2): 実機設計体系

G : $(dR/R) / (d\sigma/\sigma)$ で定義される感度係数

M : 基本炉定数 T_0 の共分散(相関付きの誤差)

Vm : 核特性の解析モデル誤差(設計体系の不確かさを含む)

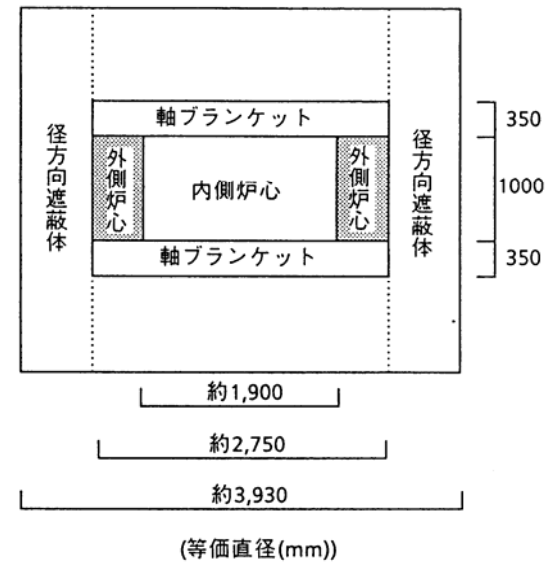
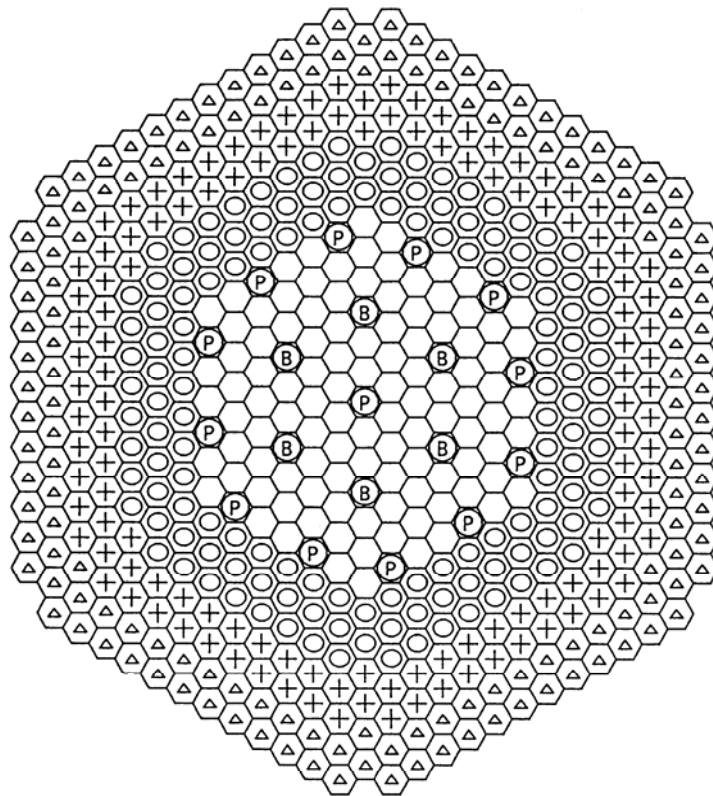
$$\begin{pmatrix} S_1 & S_2 & \dots & S_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & \dots & M_{1n} \\ M_{21} & M_{22} & \dots & M_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{n1} & M_{n2} & \dots & M_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \vdots \\ S_n \end{pmatrix}$$



(核特性が2以上なら?)



60万kWe級FBR炉心の予測精度評価



○	内側炉心	108体
⊙	外側炉心	138体
⊕	SUS遮蔽体	126体
△	B ₄ C遮蔽体	150体
Ⓟ	主炉停止系制御棒	13体
Ⓟ	後備炉停止系制御棒	6体

合計 541体

60万kWe級FBR炉心の炉心構成



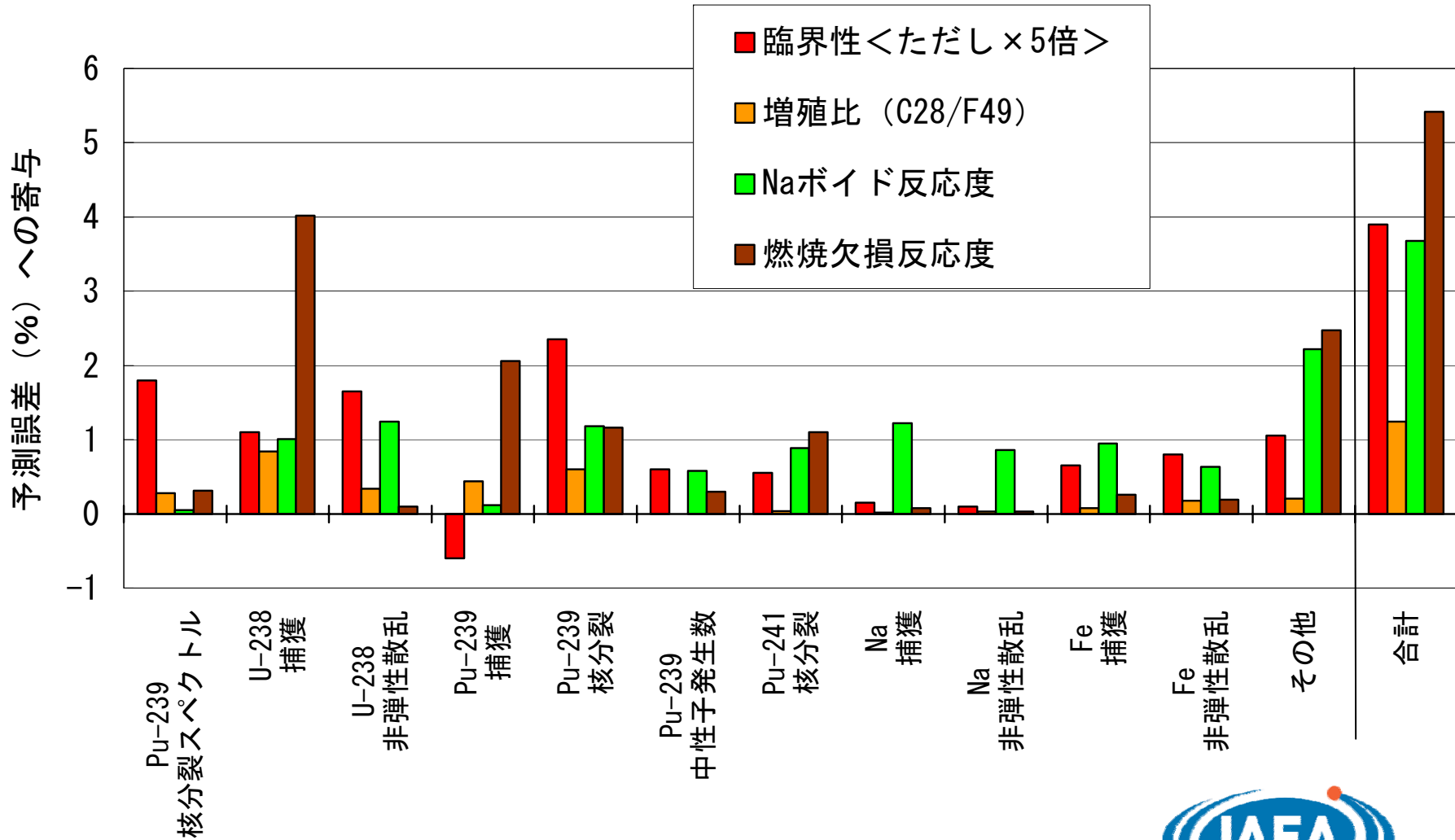
60万kWe炉心の核設計精度

※1σベースの値（非対角項は、相関係数）

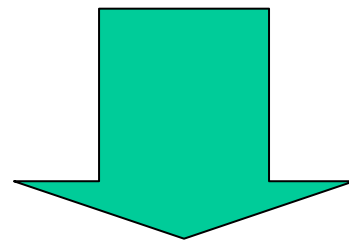
設計手法 核特性	積分情報なし 合計（核データ起因分の誤差）%					
	臨界性	増殖比	出力分布	ドップラー 反応度	Naボイド 反応度	燃焼欠損 反応度
臨界性 (平衡炉心末期)	0.79 (0.78) %					
増殖比 (G28/F49反応率比)	-0.63	1.4 (1.1) %				
出力分布 (外側炉心)	-0.54	0.64	1.2 (1.1) %			
ドップラー反応度 (全炉心)	-0.35	0.26	0.24	6.3 (6.2) %		
Naボイド反応度 (全炉心)	-0.03	0.08	0.09	0.10	4.7 (3.7) %	
燃焼欠損反応度	0.26	-0.66	-0.38	0.03	-0.10	5.5 (5.4) %

(対称行列)

60万kWe炉心の核設計誤差への核種毎寄与



3. 共分散を活用した炉心 核設計の精度向上方策



積分実験情報の追加

核設計予測精度の評価式（Ⅱ）

※ T.Kamei and T.Yoshida: “Error due to Nuclear Data Uncertainties in the Prediction of Large Liquid-Metal Fast Breeder Reactor Core Performance Parameters,” NSE 84, pp.83-97, 1983
 (← Comment from J.J.Wagshal and Y.Yeivin, NSE 86, pp.121-124, 1984)

（臨界実験のC/E値を用いるバイアス補正法）

● 核特性のノミナル値: $Rc^{*(2)}(T_0) = Rc^{(2)}(T_0) \times \frac{Re^{(m)}}{Rc^{(m)}(T_0)}$

● 設計誤差(分散): $V[Rc^{*(2)}(T_0)] = \Delta GM \Delta G^t + \underline{Ve^{(m)}} + \Delta Vm$

ここで、(m): モックアップ臨界実験体系(原理的には1個)

Ve : モックアップ実験の誤差(体系の不確かさを含む)

↑
 新たな誤差

$\Delta G = G^{(2)} - G^{(m)}$: 実機体系(2)とモックアップ体系(m)の感度係数の差

→ 実験体系に含まれて、実機には含まれない核種からの誤差は、追加となる。

$\Delta Vm = Vm^{(m)} + Vm^{(2)} - Vm^{(m2)} - Vm^{(m2)t}$: モックアップ体系(m)と実機体系(2)の解析モデル誤差の非相関分

→ バイアス補正法では、解析モデル誤差も一部相殺できる。



積分実験データ (1/4)

■ JUPITER臨界実験

- ✓ ANL-IdahoのZPPR臨界集合体を用いた米国DOEと動燃の共同研究(1978～1988年)
- ✓ 史上最大の炉心規模(4,600～8,500リットル)による高速増殖炉の模擬実験
- ✓ 多様な炉心型式、サイズ、構成
 - ◆ 600～800MWe級の均質2領域炉心
 - ◆ 650MWe級の径方向非均質炉心
 - ◆ 650MWe級の軸方向非均質炉心
 - ◆ 1,000MWe級の濃縮ウラン付き均質炉心
- ✓ 多様な測定核特性 — 臨界性、反応率比、反応率分布、制御棒価値、ドップラー反応度、Naボイド反応度、サンプル反応度、高次Pu置換反応度、他
- ✓ 高度な実験技術、完全公開されている
詳細な実験情報

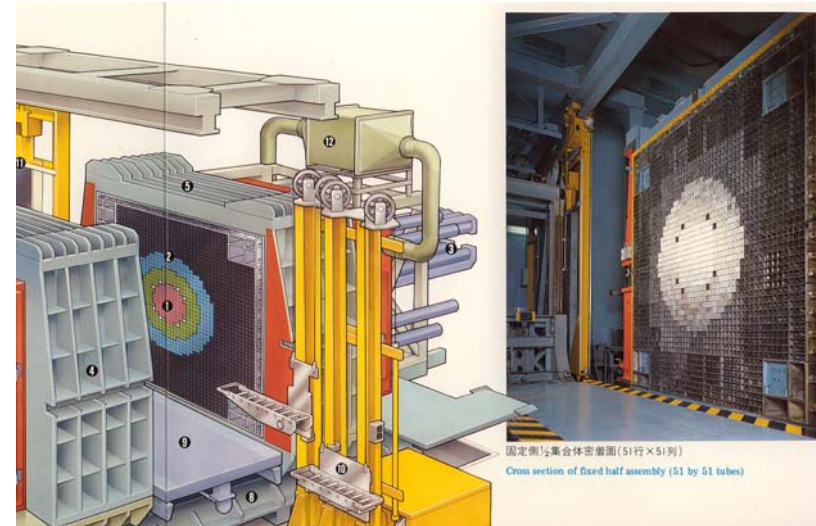


ZPPR臨界集合体(米国ANL)

積分実験データ (2/4)

■ FCA臨界実験

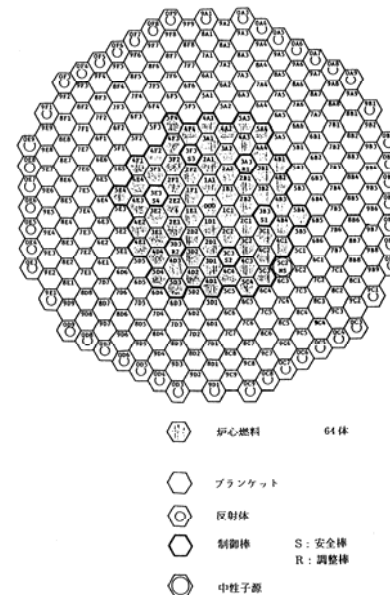
- ✓ 日本原子力研究所の高速炉炉心臨界集合体
- ✓ 「常陽」など小型炉心模擬であり、Puと濃縮ウランの2種類の燃料をもつ
 - ◆ FCA X VII-1実験(1993年) - 650^{リットル}
 - ◆ FCA X-1実験(1982年) - 130^{リットル}
- ✓ 核特性 - 臨界性、反応率比、ドップラー反応度、Naボイド反応度



FCA臨界集合体(原研)

■ 高速実験炉「常陽」: Mk- I 炉心

- ✓ 我が国初の、実機高速増殖炉(1977年臨界) - 燃焼、高温、二重非均質形状
- ✓ Puと濃縮ウランの混合燃料による一領域組成の、240^{リットル}サイズ炉心
- ✓ 核特性 - 臨界性、燃料・ブランケット置換反応度、燃焼反応度



「常陽」Mk-I炉心
(サイクル機構)

(最小臨界炉心構成)



積分実験データ (3/4)

■ BFS-2臨界実験

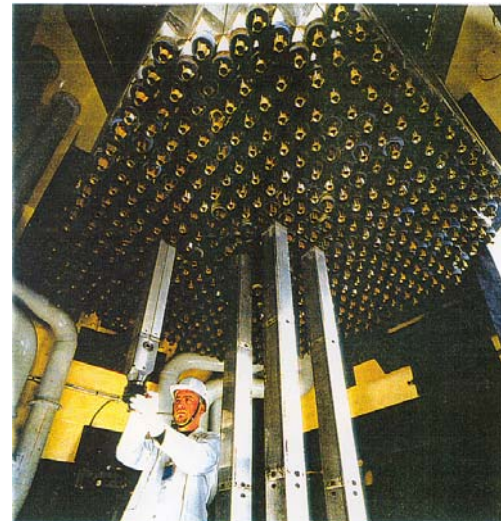
- ✓ ロシア・オブニンスクIPPE研究所の高速炉心臨界集合体
 - ◆ BFS-58-1実験(1996年) –ウラン無しPu燃料領域を有する2,200 kg サイズの炉心。
 - ◆ BFS-62実験(1999~2002年) – 解体核Pu処分のためのBN-600ハイブリッド炉心を模擬した3,400 kg サイズの炉心。
- ✓ 核特性 – 臨界性、反応率比、制御棒価値、ボイド反応度



BFS-2
臨界集合体
(ロシアIPPE)

■ MASURCA臨界実験

- ✓ 仏国CEAカダラッシュ研究所の高速炉心臨界集合体
 - ◆ ZONA2B実験(1996年) – Pu燃焼炉心研究を目的とした、380 kg の反射体付きMOX燃料炉心。
- ✓ 核特性 – 高次Pu置換反応度



MASURCA
臨界集合体
(仏国CEA)



積分実験データ (4/4)

■ Los Alamos超小型炉心実験

✓ 1950年代に米国Los Alamos研究所で行われた、直径10数cm程度の金属燃料炉心の実験である。

◆ FLATTOP-Pu実験 — Pu燃料 (Pu-239同位体組成比が95%) で、天然ウラン反射体付きの球形状炉心。

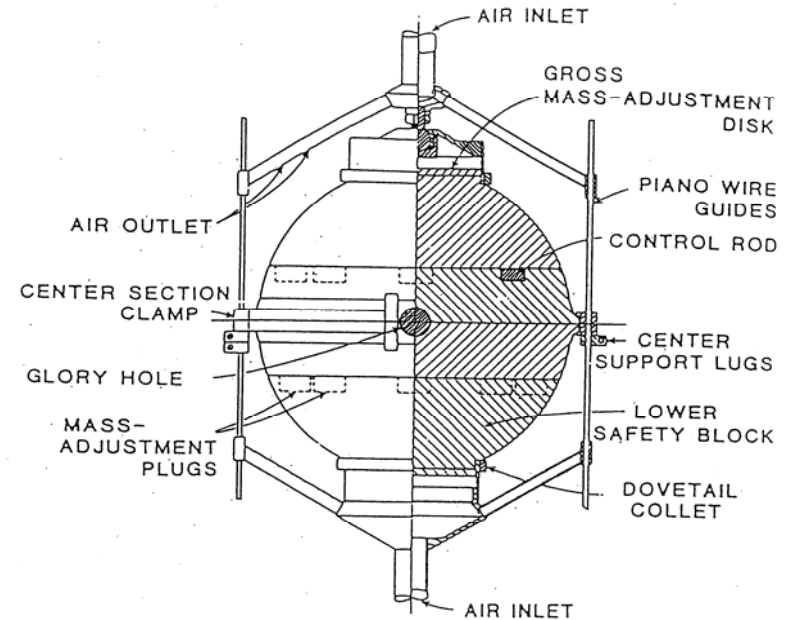
◆ FLATTOP-25実験 — ウラン燃料 (U-235が93%) で、天然ウラン反射体付きの球形状炉心。

◆ JEZEBEL実験 — Pu燃料 (Pu-239が92%) で、反射体無しの球形状炉心。

◆ JEZEBEL-Pu実験 — Pu燃料 (Pu-240が20%) で、反射体無しの球形状炉心。

◆ GODIVA実験 — ウラン燃料 (U-235が94%) で、反射体無しの球形状炉心。

✓ 核特性 — 臨界性



Jezebel under operating conditions. The nearly spherical assembly is supported by lightweight clamps and guides.

Radius 6.3cm
Mass 17kg Pu
LA - 9685 - H Unclassified

LosAlamos超小型実験
(JEZEBEL)
(米国)



核設計予測精度の評価式（Ⅲ）

※ T.Takeda, et al.: “Prediction Uncertainty Evaluation Methods of Core Performance Parameters in Large Liquid-Metal Fast Breeder Reactors,” NSE 103, pp.157-165, 1989

（臨界実験解析データを用いる炉定数調整法）

- 核特性のノミナル値:

$$\begin{aligned} R_c^{*(2)}(T') &= R_c^{(2)}(T') \\ &= R_c^{(2)}(T_0) + G^{(2)}(T' - T_0) \end{aligned}$$

- 設計誤差(分散):

$$V[R_c^{*(2)}(T_0)] = \underline{G^{(2)} M' G^{(2)t}} + Vm^{(2)} - NVm^{(12)} - Vm^{(12)t} N^t$$

ここで、(1): 臨界実験体系の群

T' : 調整された炉定数

M' : 調整された共分散

$$N = G^{(2)} M G^{(1)t} [G^{(1)} M G^{(1)t} + V_e^{(1)} + V_m^{(1)}]^{-1}$$



炉定数調整法の理論

- ベイズの定理(条件付き確率推定法)を理論的基礎
 → 臨界実験の情報 Re が得られた条件の下で、核断面積セット T が真値をとる確率($\exp(-J)$ に比例)を最大化する

$$J(T) = (T-T_0)^t M^{-1} (T-T_0) + [Re-Rc(T)]^t [Ve+Vm]^{-1} [Re-Rc(T)]$$

関数 J を最小化 → $dJ(T)/dT = 0$

- 炉定数調整後の核断面積セット T' と、その誤差(共分散) M'

$$T' = T_0 + MG^t [GMG^t + Ve + Vm]^{-1} [Re - Rc(T_0)] \quad (\text{算数的イメージ})$$

$$M' = M - MG^t [GMG^t + Ve + Vm]^{-1} GM$$

- ✓ If $GMG^t \ll Ve + Vm$, $T' \doteq T_0$ and $GM'G^t \doteq GMG^t$
- ✓ If $GMG^t \gg Ve + Vm$, $GM'G^t \doteq Ve + Vm$
- ✓ If $GMG^t \doteq Ve + Vm$, $GM'G^t \doteq 1/2 \times GMG^t$

- 核断面積誤差による核特性予測誤差

調整前: GMG^t

調整後: $GM'G^t$ (Ve と Vm も含む。)

ここで、 T_0 : 炉定数調整前の核断面積セット

Ve : 臨界実験体系の実験誤差

M : 炉定数調整前の共分散

Vm : 臨界実験体系の解析モデル誤差

Re : 臨界実験体系の核特性の実験値

G : $(dR/R)/(d\sigma/\sigma)$ で定義される感度係数

Rc : 臨界実験値 Re に対する解析値



積分誤差データの設定

■ 実験誤差

- 実験者(ANLなど)の評価による

■ 解析モデル誤差

- 計算モデルの詳細化に対する感度に比例するものと仮定
- 絶対値は、データ全体の χ^2 乗値と自由度の比がほぼ1(最終値: 1.00)となるように決定

■ 異常データの排除

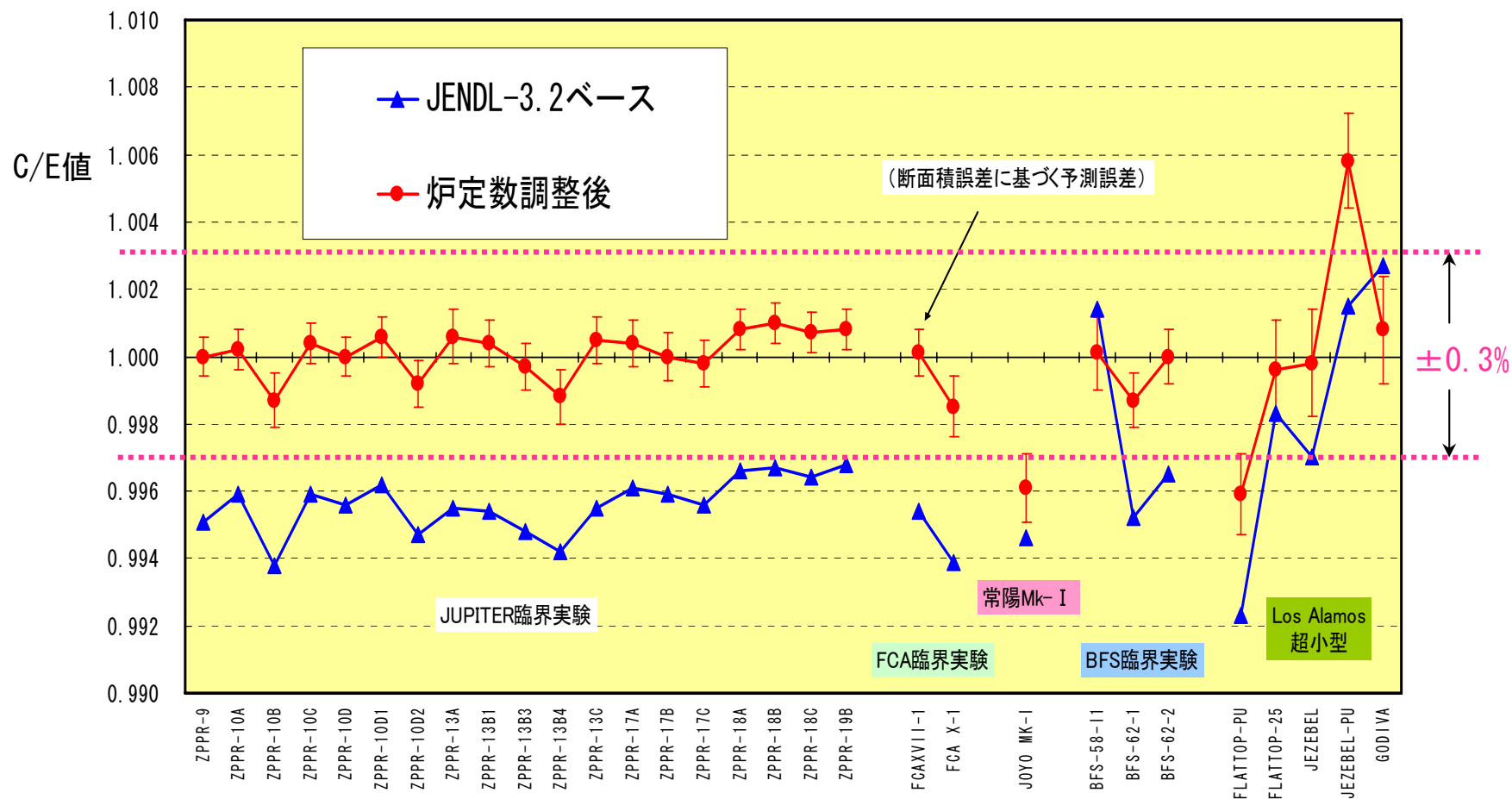
- 断面積・実験・解析誤差の合計に対し、当該C/E値の1.0からのずれが3倍以上のデータは、不採用

(1 σ ベース)

核特性		実験誤差	解析モデル誤差
臨 界 性	JUPITER、FCA等	0.04%	0.10~0.35%
	Los Alamos超小型	0.10~0.18%	0.12~0.16%
F49反応率分布		1.0~1.3%	0.5~1.4%
ドップラー反応度		2~3%	3.6~4.1%
Naボイド反応度		2%	1.5~7.5%



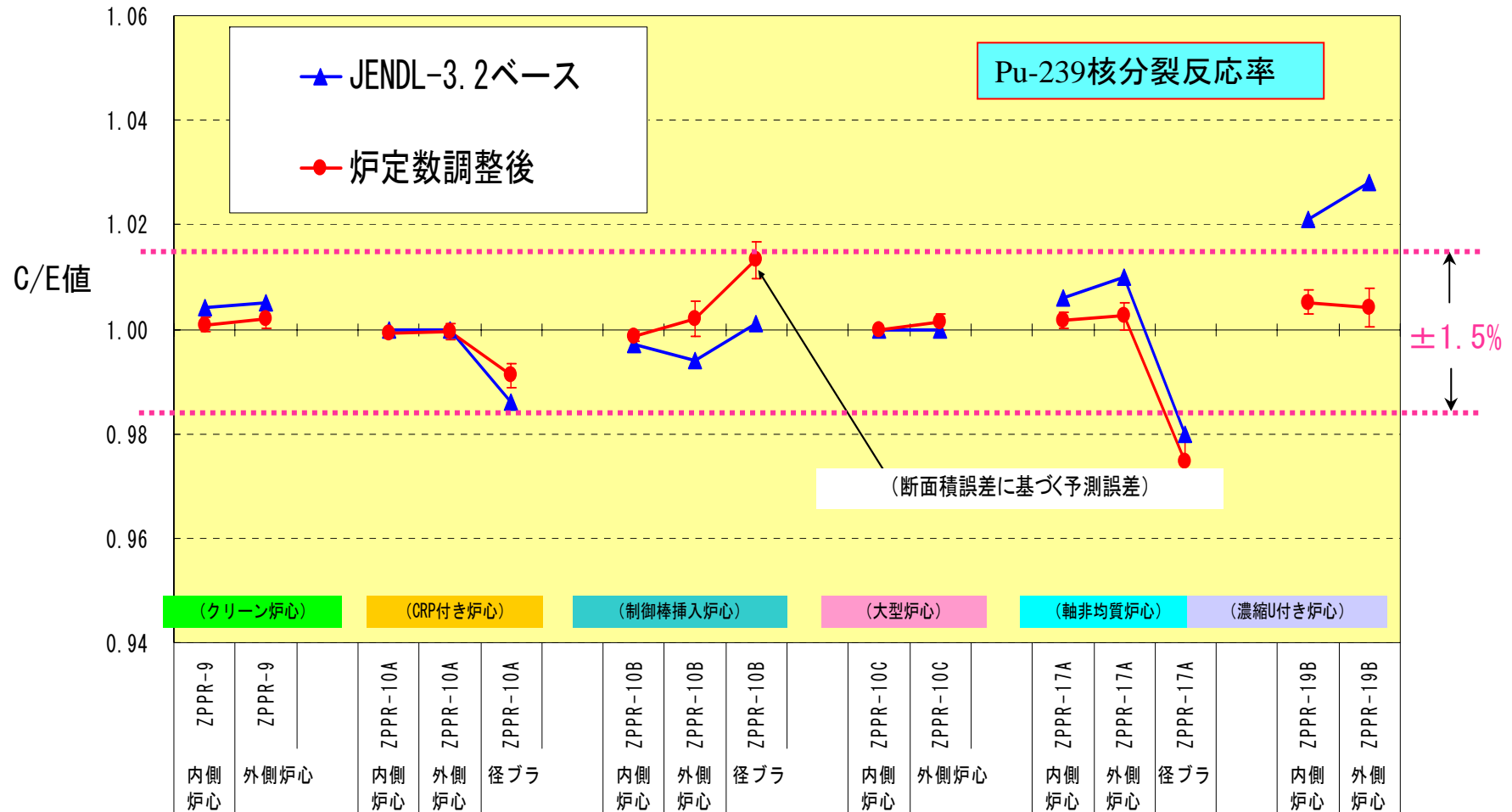
解析データ (1/4) - 臨界性 -



- 炉定数調整後の臨界性C/E値は、一部の小型炉心を除いて、 $\pm 0.3\% \Delta k$ の幅にある。
- Pu炉心だけでなく、濃縮ウラン炉心に対しても良好な性能を示す。



解析データ (2/4) -出力分布-

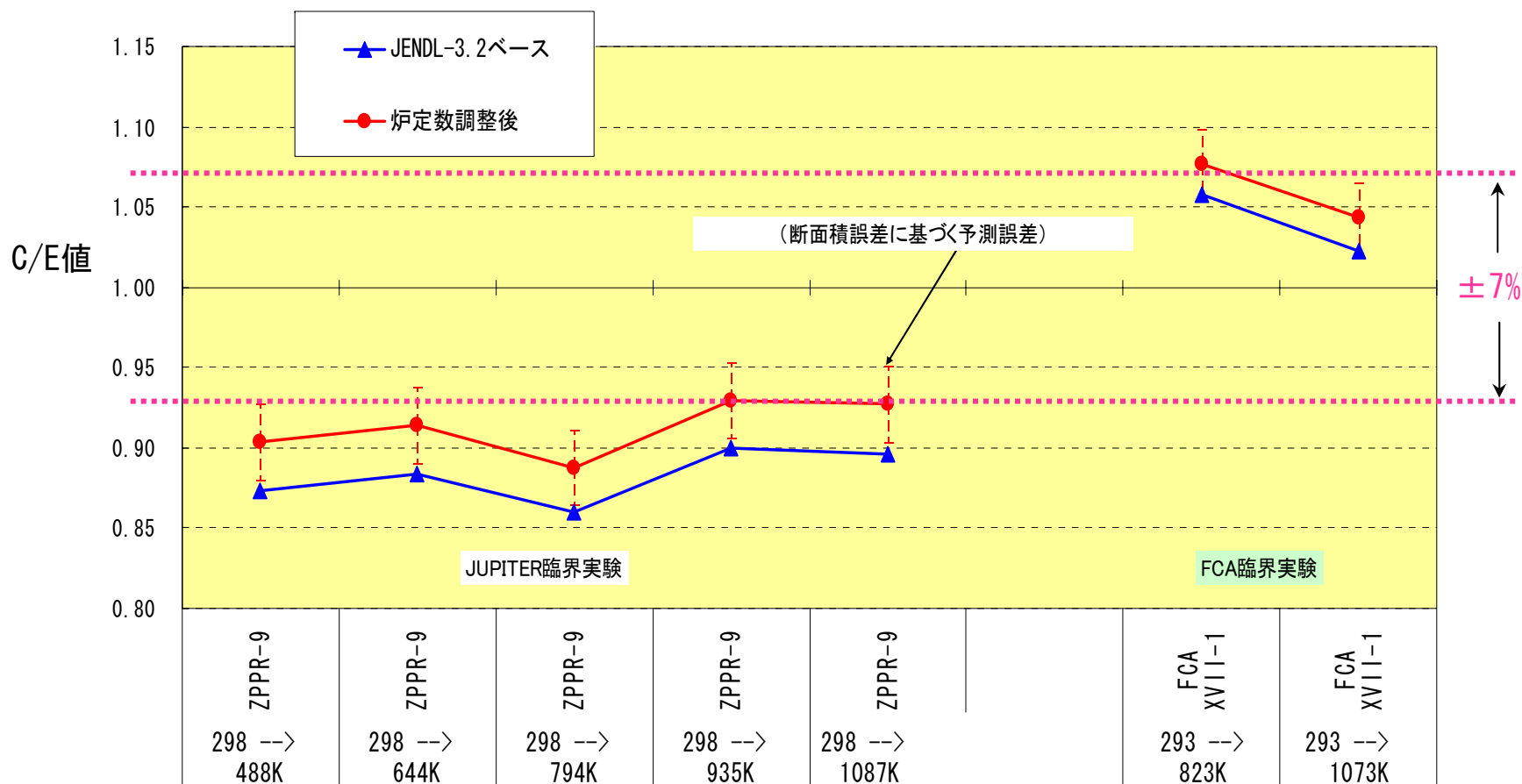


JUPITER炉心

- 炉定数調整後の反応率分布C/E値は、**炉心燃料部**に対しては充分**±1.5%より小さい**。
- **ブランケット部**については、まだ**改善の余地**がある。



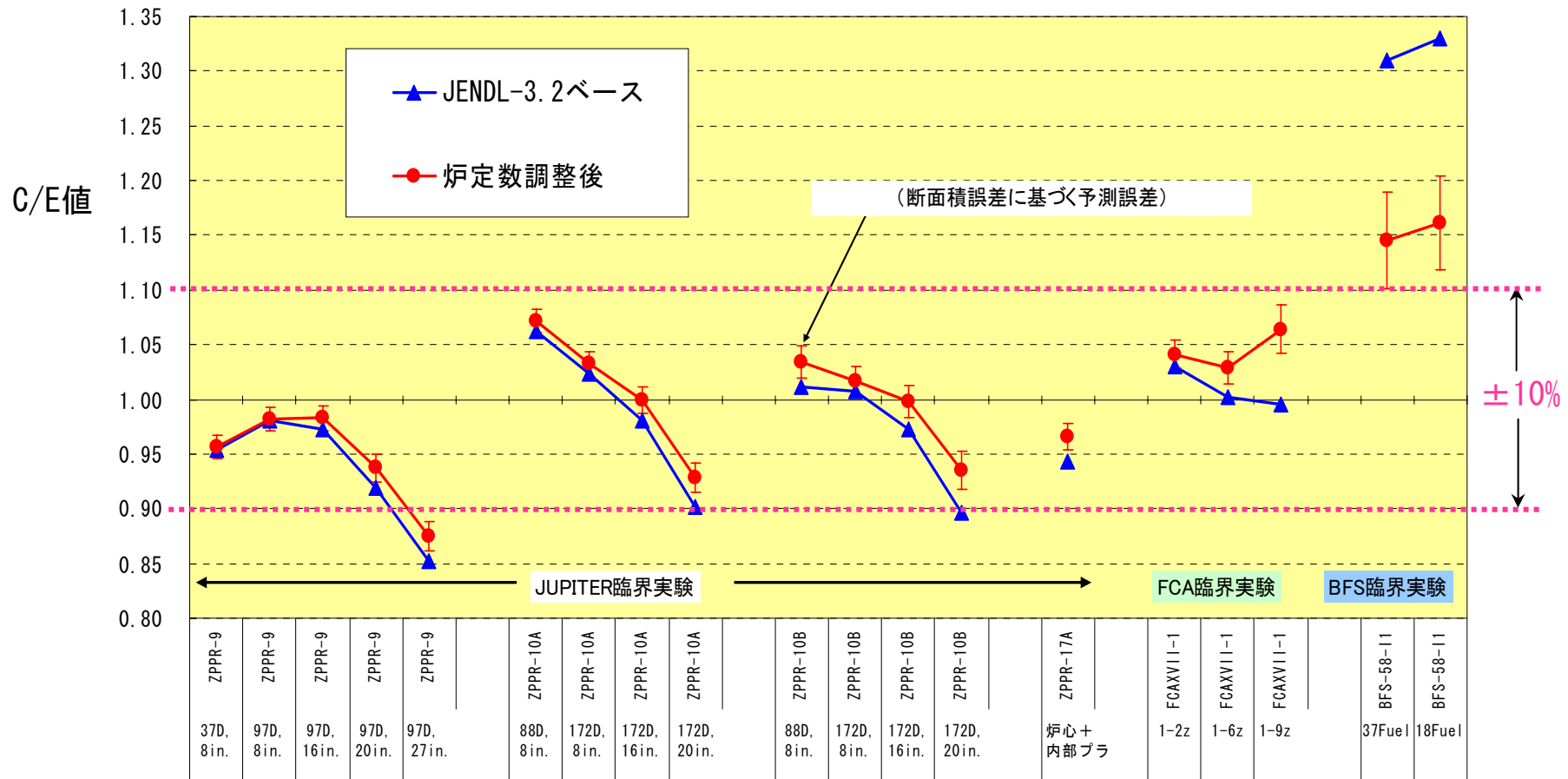
解析データ (3/4) - ドップラー反応度 -



- JUPITERとFCAの調整前C/E値が1.0をはさんで相反しているので、両者のC/E値を同時に改善はできない。
- 1シグマで**±7%以内**の目標には、まだ改善が必要である。



解析データ (4/4) - Naボイド反応度 -



- JUPITER、FCAは、炉定数調整のC/E値への効果は小さく、ほぼ±10%の幅に収まる。
- C/E値の1.0からのずれは、核データ誤差以外の要因が大きいと考えられる。



核設計精度の評価式の比較

	積分実験からの情報 を用いない場合	E/Cバイアス補正法を 適用する場合	炉定数調整法を 適用する場合
設計 ノミナル値	$Rc^{*(2)}(T_0) = Rc^{(2)}(T_0)$	$Rc^{*(2)}(T_0) = Rc^{(2)}(T_0) \times [Re^{(m)} / Rc^{(m)}(T_0)]$	$Rc^{*(2)}(T') = Rc^{(2)}(T') = Rc^{(2)}(T_0) + G^{(2)}(T' - T_0)$
設計誤差 (分散)	$V[Rc^{*(2)}(T_0)] = G^{(2)}M'G^{(2)t} + Vm^{(2)}$	$V[Rc^{*(2)}(T_0)] = \Delta GM \Delta G^t + Ve^{(m)} + \Delta Vm$	$V[Rc^{*(2)}(T')] = G^{(2)}M'G^{(2)t} + Vm^{(2)} - NVm^{(12)} - Vm^{(12)t}N^t$
特 徴	<ul style="list-style-type: none"> ① 解析値がそのままノミナル値となる。 ② 設計誤差は、断面積に起因する誤差と解析モデル誤差の単純な加算である。 ③ 積分実験に関わる誤差は、当然ながら一切含まれない。 	<ul style="list-style-type: none"> ① E/C値を設計解析値に乗じて設計ノミナル値とする。 ② 設計誤差は、感度係数の相似性で小さくする。 ③ 積分実験誤差と実験解析誤差が新たに加わる。ただし、解析モデル誤差は、設計体系と実験体系に相関があれば小さくなる。 	<ul style="list-style-type: none"> ① 調整された炉定数による解析値が、設計ノミナル値となる。 ② 設計誤差は、断面積共分散の縮小により小さくなる。 ③ 実験誤差及び実験解析モデル誤差は、M'に含まれる。 ④ 解析モデル誤差は、設計体系と実験体系群の相関により小さくなる。

by Takeda, et al.: NSE103(1989)



60万kWe炉心の核設計精度の向上（例）

※1σベースの値（%）

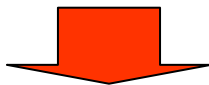
■ 炉定数調整法により、目標設計精度を確保できる見通しがある。

■ E/Cバイアス補正法は、予測精度をかえって悪化させる場合もあるので、モックアップ実験の選定などを慎重におこなうべき。

設計手法 核特性	積分情報なし (JENDL-3.2ベースの70群炉定数をそのまま使用)	E/Cバイアス補正法 (ZPPR-9,-10A,常陽Mk-I炉心をモックアップ実験として採用)	炉定数調整法 (計233核特性を用いて作成した「統合炉定数」を使用)
臨界性 (平衡炉心末期)	0.79	0.37	0.16
増殖比 (C28/F49反応率比)	1.4	2.3	0.7
出力分布 (外側炉心)	1.2	0.8	0.7
ドップラー反応度 (全炉心)	6.3	5.7	4.2
Naボイド反応度 (全炉心)	4.7	5.6	3.3
燃焼欠損反応度	5.5	7.4	3.3

おわりに

- 共分散の重要性自体は、核データを使用し始めた昔から認識されていましたが、我が国で本格的に研究が開始されたのは、1990年以降です。当初の簡易評価から始まり、すでに完成していたJENDL-3.2に対する重要核種の共分散評価、JENDL-3.3ではライブラリ作成と同時に行う共分散評価と続いてきて、JENDL-4では、共分散評価はライブラリ作成目的のひとつとされてきています。
- 世界に目をやれば、OECD/NEAのWPEC(SG26)では、GEN-IV活動と絡んで、2005年秋から、群構造の共分散簡易評価が、Salvatores氏らによって提唱されてきています。
- 2006年8月には、米国GNEPのWorkshopにおいて、ENDF/B-VIIの全ての核種に共分散を付けることが宣言されました。



もはや、後戻りはできないでしょう。新型炉を設計し許認可を受けるには、核データ共分散を用いて、信頼性を確保し、説明責任を果たす必要があると考えます。



参考資料（現在進行中の一例）

表2 反応度係数解析手法の比較（核設計手法と詳細手法）

	核設計手法	詳細手法	
		JENDL ライブラリ	炉定数調整法
検証臨界実験	MOZART ^[8] (英国)、FCA (日本) 等	ZPPR (米国)、BFS (露国)、FCA (日本) 等	
炉定数	26 群定数	JFS-3-J3. 2R, JFS-3-J3. 3 (70 群)	ADJ2000R (70 群)
ドップラ係数計算	2次元 RZ、1次摂動計算(16 群)	2次元 RZ、1次摂動計算(70 群)	
温度係数計算			
・形状係数	2次元 RZ、拡散計算(6 群)	2次元 RZ、拡散計算(70 群)	
・密度係数	2次元 RZ、1次摂動計算(16 群)	2次元 RZ、1次摂動計算(70 群)	
ナトリウムボイド反応度計算	2次元 RZ、1次摂動計算(16 群)	2次元 RZ、厳密摂動計算(70 群)	
解析上の補正	解析上の補正はしない	メッシュ効果補正、輸送理論補正、セル非均質効果補正、超微細エネルギー群効果補正 (ADJ2000R を除く) を考慮	
実験解析 (E/C) 補正	ナトリウムボイド反応度のみ考慮	実験解析 (E/C) 補正はしない	実験解析 (E/C) を基に炉定数を調整

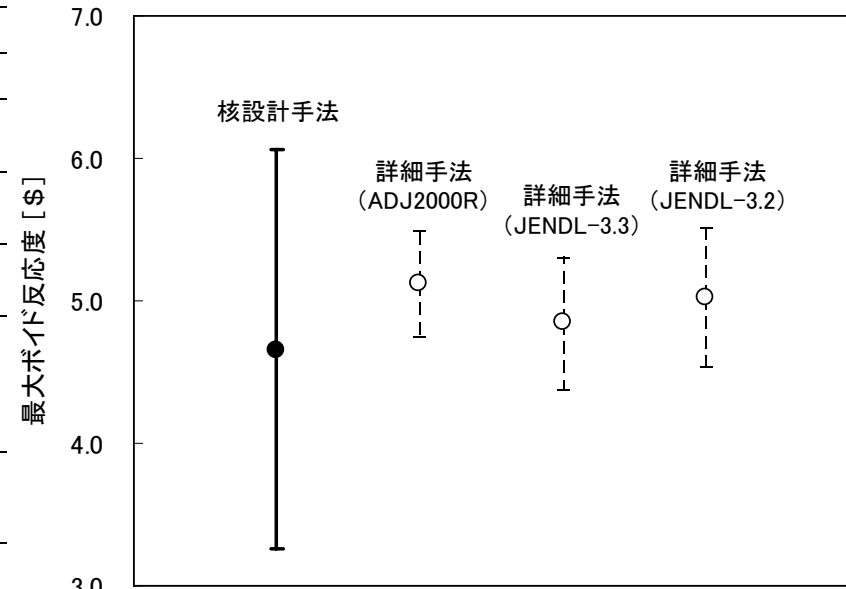


図3 最大ボイド反応度（正值合計）

(核設計手法の余裕は 30%、詳細手法の不確かさは 2 σ 相当)